

Methoden moderner Röntgenphysik: Streuung und Abbildung

G. Grübel, O. Seeck, L. Müller, L. Frenzel, F. Lehmkuhler, M. Riepp

1. FALTUNG ZWEIER RECHTECK-FUNKTIONEN

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das Realraumbild der magnetischen Domänenstruktur bei der Fourier Transform Holography (FTH) durch die inverse Fourier-Transformation des Differenzhologramms rekonstruiert werden kann. Diese Rekonstruktion beinhaltet zum einen die sogenannte Autokorrelation (des Objektloches mit sich selbst) im Zentrum des Bildes. Zum anderen beinhaltet das Bild (pro Referenzloch) zwei Abbildungen (reale und komplex-konjugierte Rekonstruktion der Domänenstruktur), welche der Faltung aus Objektloch und Referenzloch entsprechen:

$$f(r) * g(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r)g(r - r')dr'$$

- a) Für ein Holographie-Experiment sollen nun Masken mit einem Objektloch (Durchmesser: $2R = 1\mu\text{m}$) und einem Referenzloch hergestellt werden. Geben Sie den minimalen Abstand des Referenzlochs zum Objektloch an, damit die Rekonstruktion der Domänenstruktur am Ort r nicht von der Autokorrelation ($r = 0$) überlagert wird.
 - i. Nähern Sie dafür zunächst das Objektloch als Rechteck-Funktion an ($f(r) \neq 0$ für $-R < r < R$) und berechnen Sie die Autokorrelation, also die Faltung des Objektlochs mit sich selbst ($f_{m,0} * f_{m,0}$).
 - ii. Berechnen Sie im zweiten Schritt die Kreuzkorrelation (Faltung des Objektlochs und Referenzloch $g(r) = \delta(r - r')$).
- b) Bestimmen Sie die Auflösung des Realraumbildes für ein endlich ausgedehntes Referenzloch (Rechteck-Funktion: $g(r') \neq 0$ für $-R' < r' < R'$; $2R' = 20\text{nm}$). Nehmen Sie dabei für die magnetische Domänenstruktur ein periodisches Schwarz-Weiß-Muster an (beliebig schmale Domänenwände). Eine einzelne Domäne dieser Domänenstruktur kann somit wiederum als Rechteck-Funktion ($f(r) \neq 0$ für $-R < r < R$) beschrieben und als Testobjekt zur Bestimmung der Auflösung des Realraumbildes genutzt werden.

2. MINIMALER UND MAXIMALER PROBE-DETEKTOR-ABSTAND

Es soll ein Holographie-Experiment an der L_3 -Kante von Co ($\lambda = 1,6\text{nm}$) durchgeführt werden. Der Abstand zwischen Objektloch und Referenzloch auf der Holographiemaske beträgt $r = 4\mu\text{m}$. Es wird ein Detektor mit $n \times n = 2000 \times 2000$ Pixeln und einer Pixelgröße von $s = 15\mu\text{m}$ verwendet.

- a) Bei einem FTH Experiment interferieren Objekt- und Referenzwelle und zeigen auf dem Detektor ein Interferenzmuster. Das Nyquist-Theorem besagt, dass zwei benachbarte Interferenzmaxima auf dem Detektor einen Abstand von mindestens 2 Pixeln haben müssen um sie voneinander unterscheiden zu können und kein

Methoden moderner Röntgenphysik: Streuung und Abbildung

G. Grübel, O. Seeck, L. Müller, L. Frenzel, F. Lehmkuhler, M. Riepp

Informationsverlust vorliegt. Leiten Sie aus der Geometrie des Doppelspaltversuchs und unter Verwendung des Nyquist-Theorems eine Bedingung für den kleinstmöglichen Probe-Detektor Abstand her.

- b) Positioniert man den Detektor weit entfernt von der Probe, wird das gestreute Licht kleiner Strukturen nicht mehr aufgefangen ($q_{\max} = 2\pi/a_{\min}$, a_{\min} : maximale Auflösung im Ortsraum). Leiten Sie aus geometrischen Überlegungen und dem Ausdruck für den Streuvektor q den maximalen Probe-Detektor Abstand her, um eine Auflösung von 20nm zu garantieren.
- c) Wie lautet die Beziehung zwischen maximalem Abstand zwischen Objektloch und Referenzloch r und Auflösung a_{\min} unter Ausnutzung der Ergebnisse aus a) und b)?

1.