9. Übung zur Vorlesung
Methoden moderner Röntgenphysik II:
Streuung und Abbildung
SoSe 2017

G. Grübel, A. Philippi-Kobs, O. Seeck, T. Schneider,
M. Martins, W. Wurth

13.06.2017
Übung: M. Riepp

Fourier-Transformations-Holographie (FTH)

1) <u>Faltung zweier Rechteck-Funktionen</u>

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das Realraumbild der magnetischen Domänenstruktur bei der FTH durch inverse Fourier-Transformation des Differenzhologramms rekonstruiert wird. Diese Rekonstruktion enthält zum einen die sogenannte Autokorrelation im Zentrum. Zum anderen beinhaltet es (pro Referenzloch) zwei Abbildungen (reale und komplex-konjugierte Rekonstruktion der Domänenstruktur), die der Faltung aus Objektloch und Referenzloch entspricht: $f(r) * g(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(r') \cdot g(r - r')dr'$

a) Für ein Holographie-Experiment sollen nun Masken mit einem Objektloch (Durchmesser $2R$ = 1 µm) und einem Referenzloch hergestellt werden. Geben Sie den minimalen Abstand des Referenzlochs zum Objektloch an, damit die Rekonstruktion der Domänenstruktur am Ort r nicht von der Autokorrelation (r = 0) überlagert wird. Nähern Sie dafür zunächst das Objektloch als Rechteck-Funktion an ($f(r) \neq 0$ für $-R < r < R$) und berechnen Sie die Autokorrelation, also die Faltung des Objektloches mit sich selbst ($f_{m,O} * f_{c,O}$). Berechnen Sie im zweiten Schritt die Kreuzkorrelation (Faltung aus Objektloch und Referenzloch $g(r) = \delta(r - r')$).

b) Bestimmen Sie die Auflösung des Realraumbildes für ein endlich ausgedehntes Referenzloch (Rechteck-Funktion $g(r) \neq 0$ für $-R' < r < R'$; $2R'$ = 20 nm). Nehmen Sie dabei für die magnetische Domänenstruktur ein periodisches Schwarz-Weiß-Muster an (beliebig schmale Domänenwand). Eine einzelne Domäne dieser Domänenstruktur kann somit wiederum als Rechteck-Funktion beschrieben werden ($f(r) \neq 0$ für $-R < r < R$) und als Testobjekt zur Bestimmung der Auflösung des Realraumbildes genutzt werden.

2) <u>Bestimmung von minimalem und maximalem Probe-Detektor Abstand</u>

Es soll ein Holographie-Experiment an der L_3-Kante von Co (λ = 1,6 nm) durchgeführt werden. Der Abstand zwischen Objektloch und Referenzloch auf der Holographiemaske beträgt r = 4 µm. Es wird ein Detektor mit n x n = 2000 x 2000 Pixeln und einer Pixelgröße von s = 15 µm verwendet.

a) Bei einem FTH-Experiment interferieren Objekt- und Referenzwelle und zeigen auf dem Detektor ein Interferenzmuster. Das Nyquist-Theorem besagt, dass zwei benachbarte Interferenzmaxima auf dem Detektor einen Abstand von mindestens 2 Pixeln haben müssen um sie voneinander unterschieden zu können und kein Informationsverlust vorliegt. Leiten Sie aus der Geometrie des Doppelspaltversuches und unter Verwendung des Nyquist-Theorems eine Bedingung für den kleinstmöglichen Probe-Detektor Abstand her.

b) Positioniert man den Detektor weit entfernt von der Probe, wird das gestreute Licht kleiner Strukturen nicht mehr aufgefangen ($q_{max} = 2\pi/a_{min}$, a_{min}: maximale Auflösung im Ortsraum). Leiten Sie aus geometrischen Überlegungen und dem Ausdruck für den Streuvektor q den maximalen Probe-Detektor Abstand her, um eine Auflösung von 20 nm zu garantieren.

c) Wie lautet die Beziehung zwischen maximalem Abstand zwischen Objektloch und Referenzloch r und Auflösung a_{min} unter Ausnutzung der Ergebnisse aus a) und b)?