

### 3. Übung zur Vorlesung

#### Methoden moderner Röntgenphysik II: Streuung und Abbildung SS 2015

G. Grübel, M. Martins, E. Weckert

12.05.2015

Übung: M.A. Schroer

#### 1. Anomale Streuung:

- a) Zeigen Sie, dass 'Friedel's Law' [ $I(Q) = I(-Q)$  oder  $I(h, k, l) = I(-h, -k, -l)$ ] unter Annahme eines nur  $Q$ -abhängigen atomaren Formfaktors für folgendes 2 atomiges Modellsystem gilt: Platzieren sie zwei unterschiedliche Atome ( $f_1$  und  $f_2$ ) eine Distanz  $x$  auseinander und betrachten sie die zugehörige Streuintensität für  $Q$  und  $-Q$ .
- b) Zeigen sie, dass 'Friedel's Law' durch die Einführung der Dispersionskorrekturen verletzt wird.

#### 2. Kohärenzlängen:

- a) Berechnen Sie die transversale Kohärenzlänge von:
- einer Röntgenquelle mit Durchmesser 100  $\mu\text{m}$  und Wellenlänge 0.1 nm in einer Entfernung von 80 m
  - der Sonne auf der Erde im sichtbaren Bereich
  - der Sterns Beteigeuze auf der Erde im sichtbaren Bereich.
- b) Berechnen Sie die longitudinale Kohärenzlänge einer Röntgenquelle (0.1 nm) mit einer Bandbreite  $10^{-4}$ .  
Ein HeNe Laser habe eine longitudinale Kohärenzlänge von 40 cm. Berechnen Sie die spektrale Breite der Laserlinie (Ein-Moden Laser).

#### 3. Speckle-Größe

Für viele Experimente mit kohärenter Röntgenstrahlung sollte die Speckle-Größe auf dem Detektor der Pixelgröße entsprechen.

Wie groß muss der kohärente Strahldurchmesser auf einer Probe sein, damit bei 8 keV Strahlung die Speckle mit einer Kamera von 15  $\mu\text{m}$  Pixelgröße in 5 m aufgelöst werden?

#### 4. Wiener-Khinchin-Theorem

Das Wiener-Khinchin Theorem besagt, dass die (normierte) spektrale Dichte einer Lichtquelle  $F(\omega)$  mit der (normierten) Kohärenzfunktion 1. Ordnung  $g^{(1)}(\tau)$  über die Fourier-Transformation folgendermaßen verknüpft ist:

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathcal{F}[g^{(1)}(\tau)]$$

Wie verläuft  $g^{(1)}(\tau)$  für

- monochromatisches Licht,
- gaußförmiges Spektrum (Niedrigdruck Gas-Entladungslampe),
- lorentzförmiges Spektrum (Hochdruck Gas-Entladungslampe)?

#### 5. Siegert-Relation

Zeigen Sie, dass für chaotisches Licht die folgende Beziehung zwischen den Kohärenzfunktionen 1. Ordnung,  $g^{(1)}(\tau)$ , und 2. Ordnung,  $g^{(2)}(\tau)$ , gilt (*Siegert-Relation*)

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2$$

(Hinweis: Verwenden sie für die Mittelung, dass die Größen der Gauß-Verteilung gehorchen.)

Welche Werte können die Korrelationsfunktion annehmen?

Was ändert sich, wenn keine perfekte monochromatische Strahlung vorliegt?

**3. Tutorial to the lecture**  
Methoden moderner Röntgenphysik II:  
Streuung und Abbildung  
SS 2015

G. Grübel, M. Martins, E. Weckert

12.05.2015  
Tutorial: M.A. Schroer

**1. Anomalous Scattering:**

- a) Show that 'Friedel's Law' [ $I(Q) = I(-Q)$  oder  $I(h,k,l) = I(-h,-k,-l)$ ] is valid for an only  $Q$ -dependent atomic form factor for the following 2 atomic model systems:  
Place two different atoms ( $f_1$  and  $f_2$ ) at a distance  $x$  apart and consider the corresponding scattering intensity for  $Q$  and  $-Q$ .
- b) Show that 'Friedel's Law' is not valid anymore if dispersion corrections are present.

**2. Coherence length:**

- a) Consider the transversal coherence length of
- an X-ray source of 100  $\mu\text{m}$  size and wavelength 0.1 nm at a distance of 80 m
  - the sun at the earth in the visible regime
  - the star Beteigeuze at the earth in the visible regime.
- b) Calculate the longitudinal coherence length of an X-ray source (0.1 nm) of band width  $10^{-4}$ .  
An HeNe laser has a longitudinal coherence length of 40 cm. Calculate the spectral width of the laser line (Single mode laser).

**3. Speckle size**

For many experiments using coherent X-rays the speckle size on the detector has to be similar to the pixel size.  
What has to be the size of a coherent beam at the sample for 8 keV to allow the resolution of speckles with a camera of 15  $\mu\text{m}$  pixel size at 5 m distance?

**4. Wiener Khinchin theorem**

The Wiener Khinchin states that the (normalized) spectral density of a light source  $F(\omega)$  is connected to the (normalized) coherence function of 1.order,  $g^{(1)}(\tau)$ , via a Fourier transform as

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathcal{F}[g^{(1)}(\tau)]$$

How is the shape of  $g^{(1)}(\tau)$  for

- a) monochromatic light,
- b) Gaussian spektrum (low pressure gas-discharge lamp),
- c) Lorentzian spektrum (high pressure gas-discharge lamp)?

### 5. Siegert relation

Show that for chaotic light the following relation between the coherence functions of 1. order  $g^{(1)}(\tau)$ , and 2. order,  $g^{(2)}(\tau)$ , exist (*Siegert relation*)

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2$$

(Hint: Use for the averaging the fact that the quantities are Gaussian distributed.)

What values can the correlations functions have?

What is changing if not monochromatic light is used?