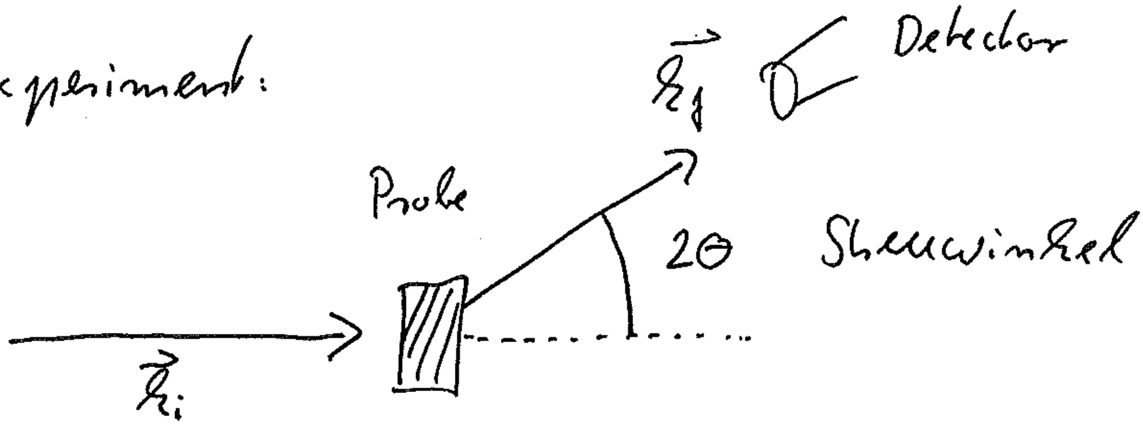
(1)

Streuung in a nutshell

Experiment:



Wellenvektorübertrag $\vec{Q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$

elastische Streuung $|\vec{Q}| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{2\Theta}{2}\right)$

Streuung an einem Elektron

ohne Beweis: (geht aus der Dipolabstrahlung einer Ladungsverteilung heraus)

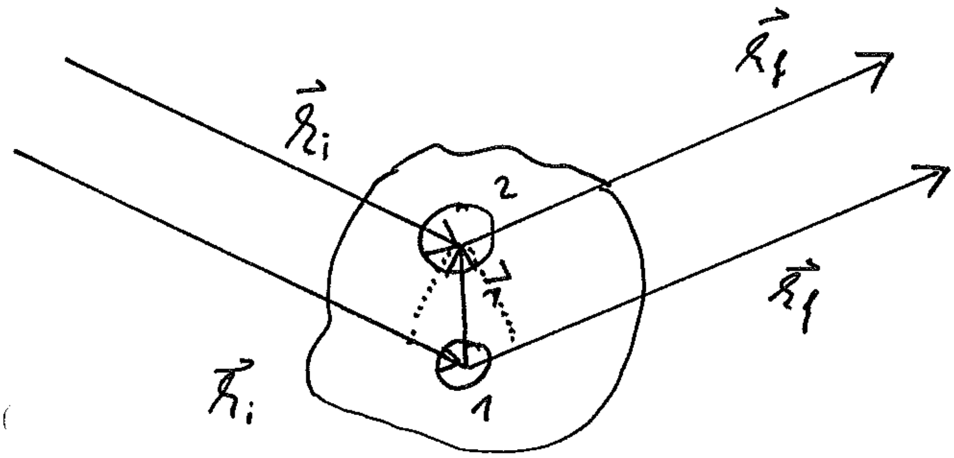
E_{in} - einkommende Welle

E_{Rad} - ausgehende Welle (gestreut)

$$\frac{E_{Rad}}{E_{in}} = -\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m c^2}\right) \frac{e^{ikR}}{R} \cos\varphi$$

$$= 2{,}82 \cdot 10^{-5}\,\text{Å} = r_0$$

Streuung am einem Atom



Streuung am Volumenelement 1 + 2 $\rho(r)\,dr$

Jedes Volumenelement trägt mit $-r_0\,\rho(r)\,dr$ zur gestreuten Welle bei.
Was ist mit der Phase zwischen 1 + 2 ?

Phasendifferenz $\Phi = \vec{k}_i \cdot \vec{r} - \vec{k}_f \cdot \vec{r} = \vec{Q} \cdot \vec{r}$

Orientierungen von $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_f$?

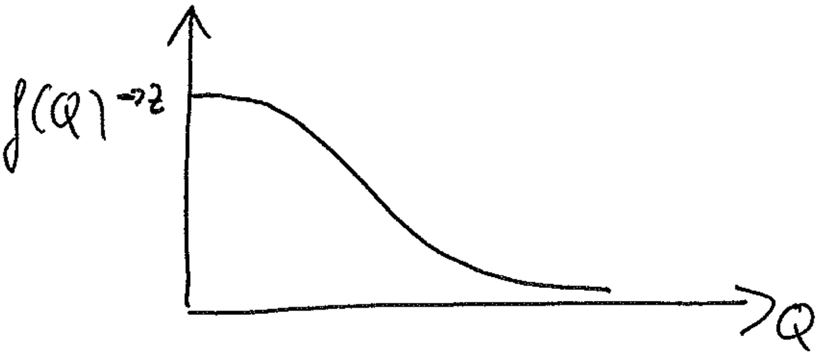
$$\boxed{\text{gestreute Amplitude} \quad f(Q) = \underbrace{\int \rho(r)\, e^{i\vec{Q}\cdot\vec{r}}\, d\vec{r}}_{\sim Z}}$$

Atomformfaktor

Atomformfaktor

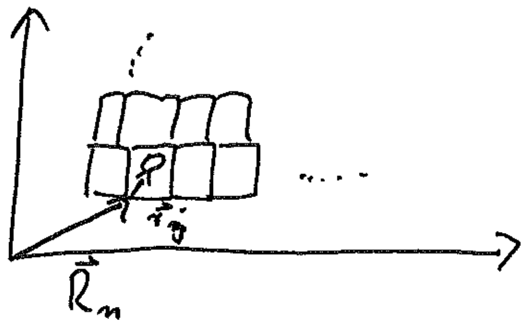
$$f(Q) = \int_V \rho(r)\, e^{iQr}\, dr$$

ist die Fourier-Transformierte der Elektronenverteilung des Atoms.



Der Abfall von $f(Q)$ führt zu geringen Streuintensitäten bei großen Werten von Q.
$\Rightarrow$ Problem für die Bestimmung kleiner Längenskalen.

Streuung an einem Kristall

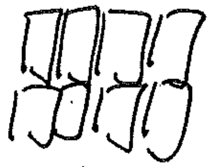


„lokale Einheit"

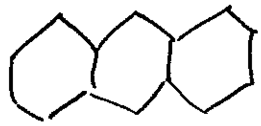
Einheitszelle

„Strukturfaktor"

und Gitter



oder



....

die Position jedes Atoms ist durch $\vec{R}_n + \vec{r}_j$ gegeben. Die Streuamplitude ist dann

$$F_{crystal}(Q) = \Big(\sum_{r_j} f_j(Q)\, e^{i\vec{Q}\cdot\vec{r}_j} \Big) \times \Big(\sum_{R_N} e^{i\vec{Q}\cdot\vec{R}_N} \Big)$$

Strukturfaktor der Einheitszelle

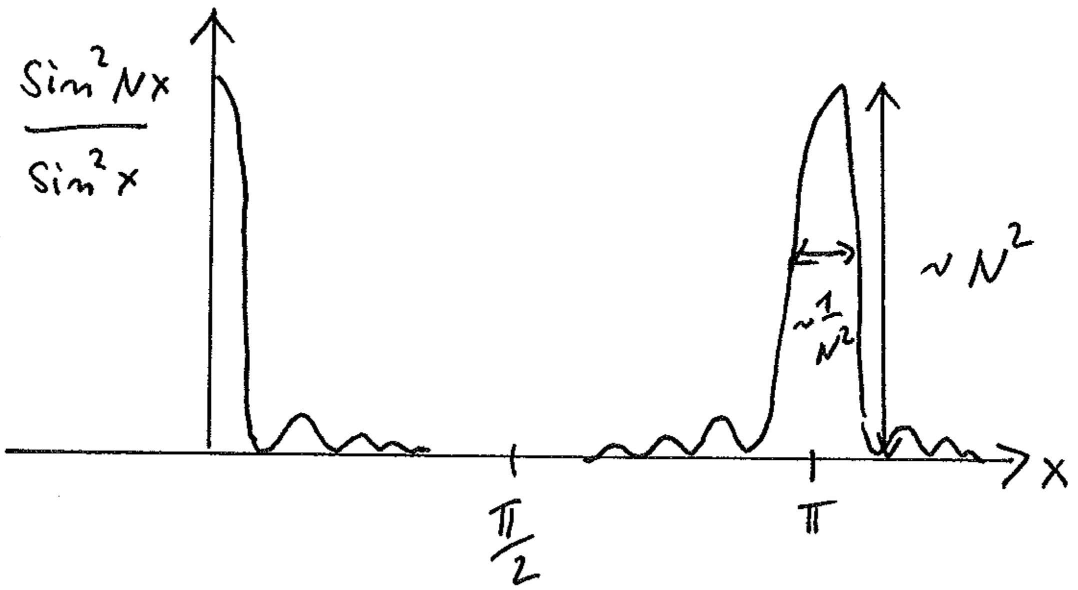
Gitter-Summe

Betrachtung der Gitter-Summe

$$\sum_{R_N} e^{i\vec{Q}\cdot\vec{R}_N} = \sum_{n=1}^{N} e^{iQn\cdot a} = \frac{e^{iQaN}-1}{e^{iQa}-1}$$

Wir messen Intensitäten, d.h.

$$I \sim \left(\frac{e^{iQaN}-1}{e^{iQa}-1}\right) \times \left(\frac{e^{-iQaN}-1}{e^{iQa}-1}\right) = \frac{\sin^2\left(\frac{NaQ}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{Q\cdot a}{2}\right)}$$



N – Kristallgröße

Maximum der Kurve liegt bei $Q\cdot a = 2\pi$

$$\boxed{\begin{aligned} Q_x\cdot a_x &= h\cdot 2\pi \\ Q_y\cdot a_y &= k\cdot 2\pi \\ Q_z\cdot a_z &= l\cdot 2\pi \end{aligned}}$$

3 Laue – Gleichungen

Das reziproke Gitter

$$\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j^* = 2\pi\, \delta_{ij}$$

$$\vec{a}_1^* = \frac{2\pi}{V_c} (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3) \qquad \vec{a}_2^* = \frac{2\pi}{V_c} (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1) \qquad \vec{a}_3^* = \frac{2\pi}{V_c} (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)$$

reziproker Gittervektor

$$\boxed{\vec{G}_{hkl} = h \cdot \vec{a}_1^* + k \cdot \vec{a}_2^* + l \cdot \vec{a}_3^*}$$

Wenn $\vec{Q} = \vec{G}_{hkl}$ dann sind die 3 Laue Bedingungen erfüllt ! (siehe Ewald-Kugel)

1) $\vec{G}_{hkl}$ $\perp$ auf der Gitterebene hkl

2) $|\vec{G}_{hkl}| = \dfrac{2\pi}{d_{hkl}}$ ↔ Abstand der Gitterebenen

Inhalt Kohärenz

- time averages
- Interferenz
- Fresnel - Kirchhoff Diffraktion
- Diffraction of Apertures
- Speckle Pattern
- coherence lengths
- the mutual coherence function
- the van Cittert - Zernike Theorem
- Resolution and Coherence as conjugate quantities
- Structure determination via coherent x-ray scattering