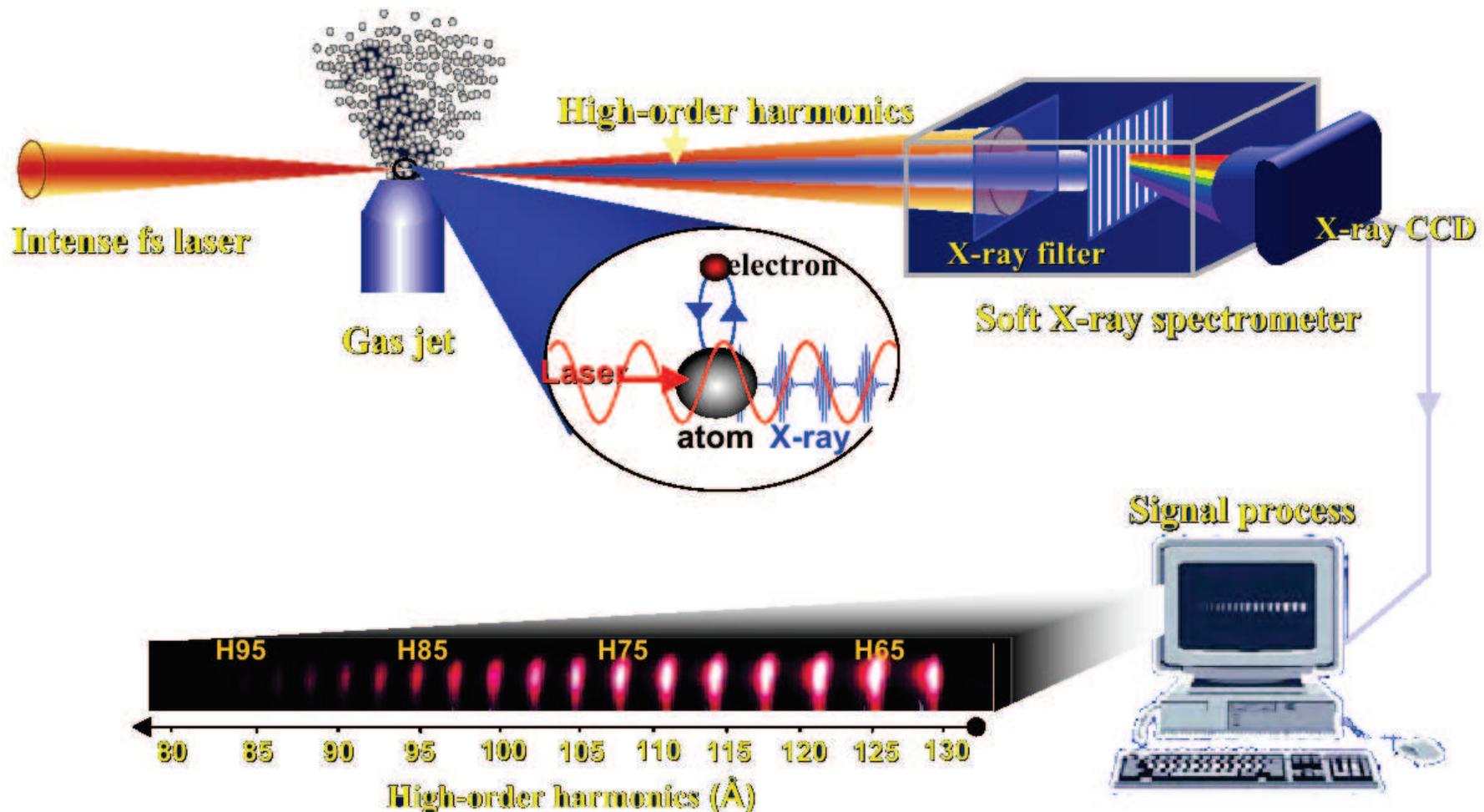
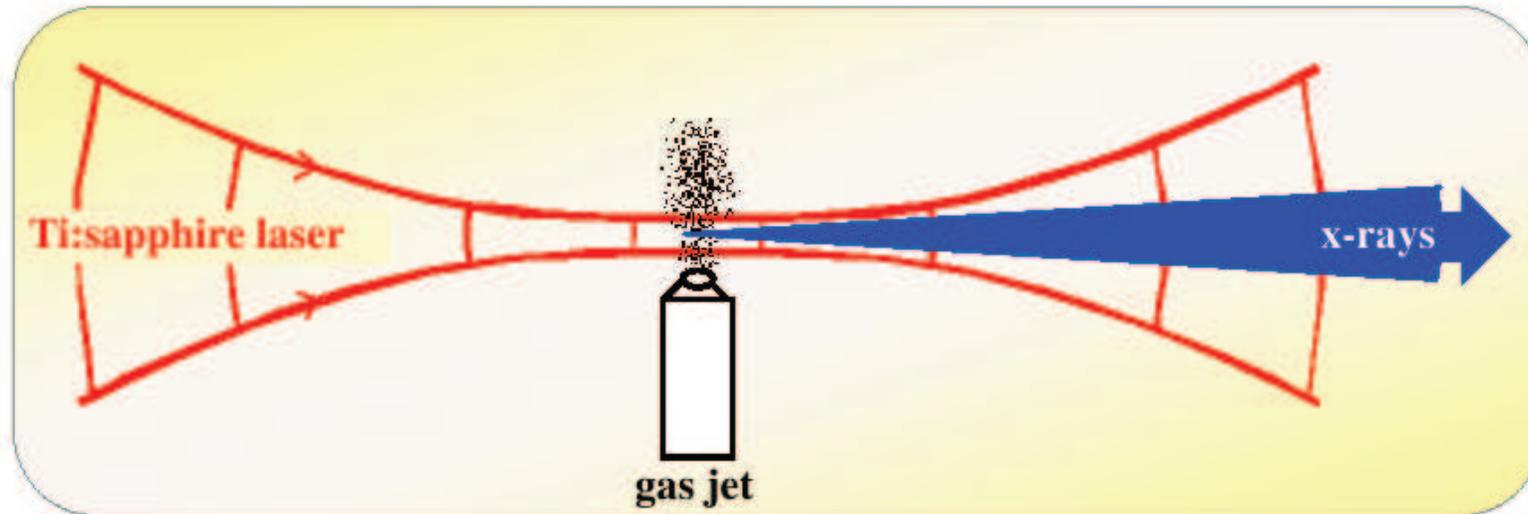


# High Harmonic Generation – HHG

- Erzeugung von hohen Harmonischen von intensiver Laserstrahlung an Gasen



# High Harmonic Generation – HHG

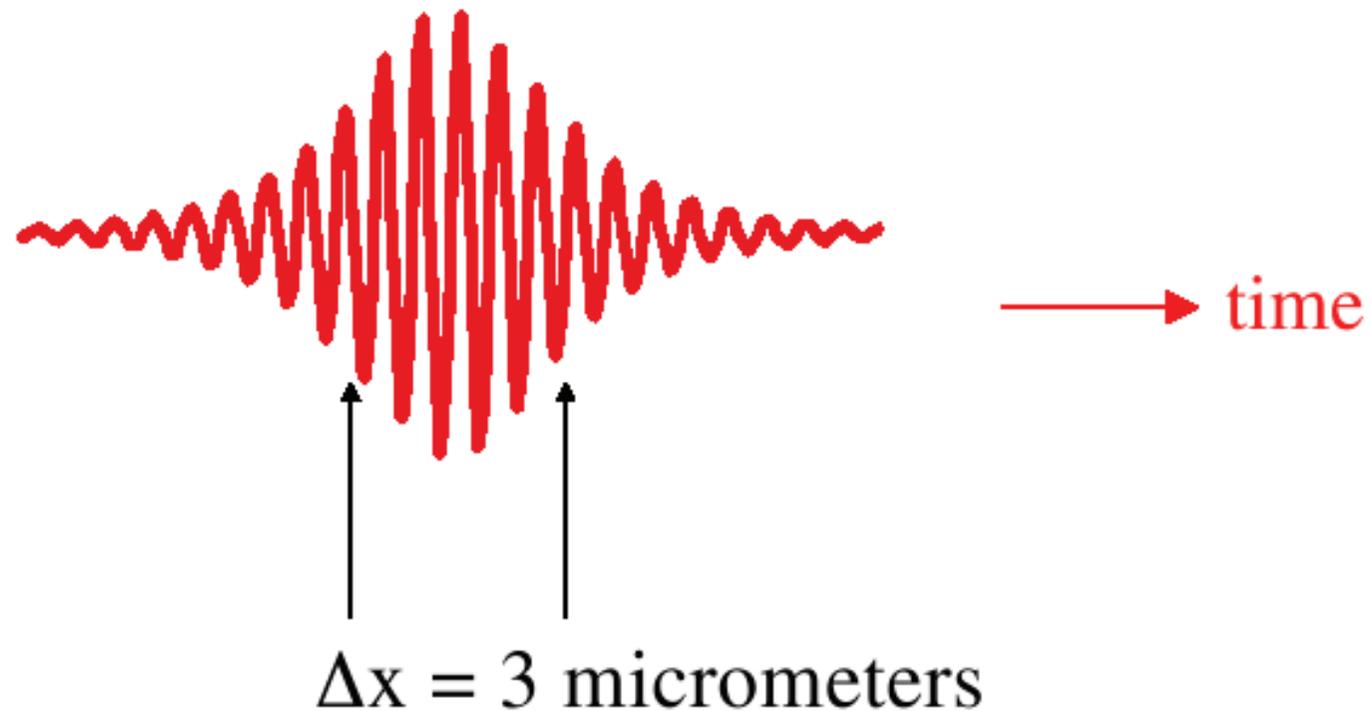


## Beobachtungen

- Ti:Sapphir Laser  $\approx 800$  nm Grundwellenlänge
- Harmonische  $n > 300$  und somit Photonenenergien von  $> 500$  eV wurden beobachtet
- Kohärente, ultrakurze Röntgenpulse mit kleiner Divergenz
- Pulse sind zu kurz, um ein Plasma zu erzeugen

# High Harmonic Generation – HHG

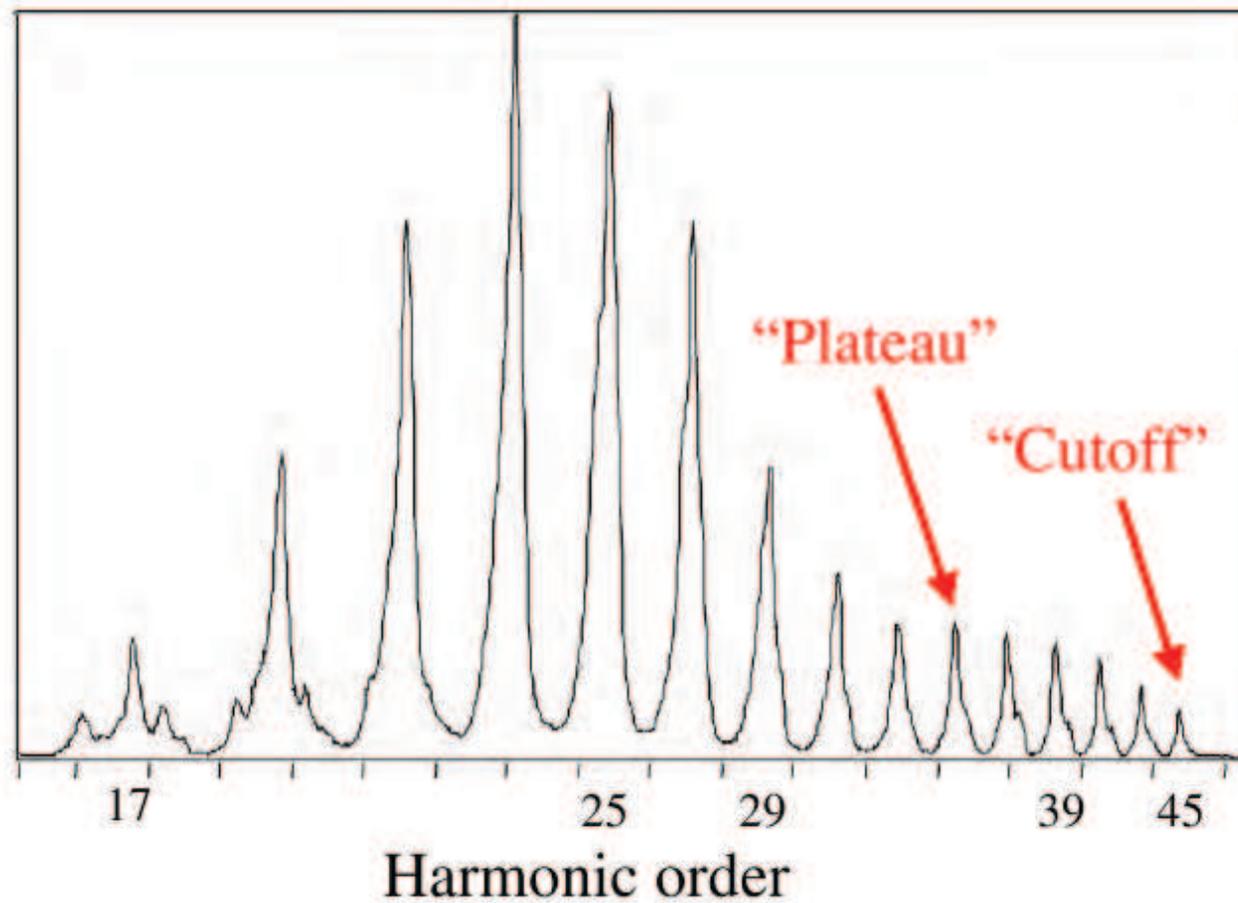
- Pulslänge von “State of the Art” Ti:Saphir Laser  $\approx 5-10$  fs =  $10^{-14}$  s
- High-Power Verstärkersysteme: 15-25 fs



10 fs Lichtpuls:

# High Harmonic Generation – HHG

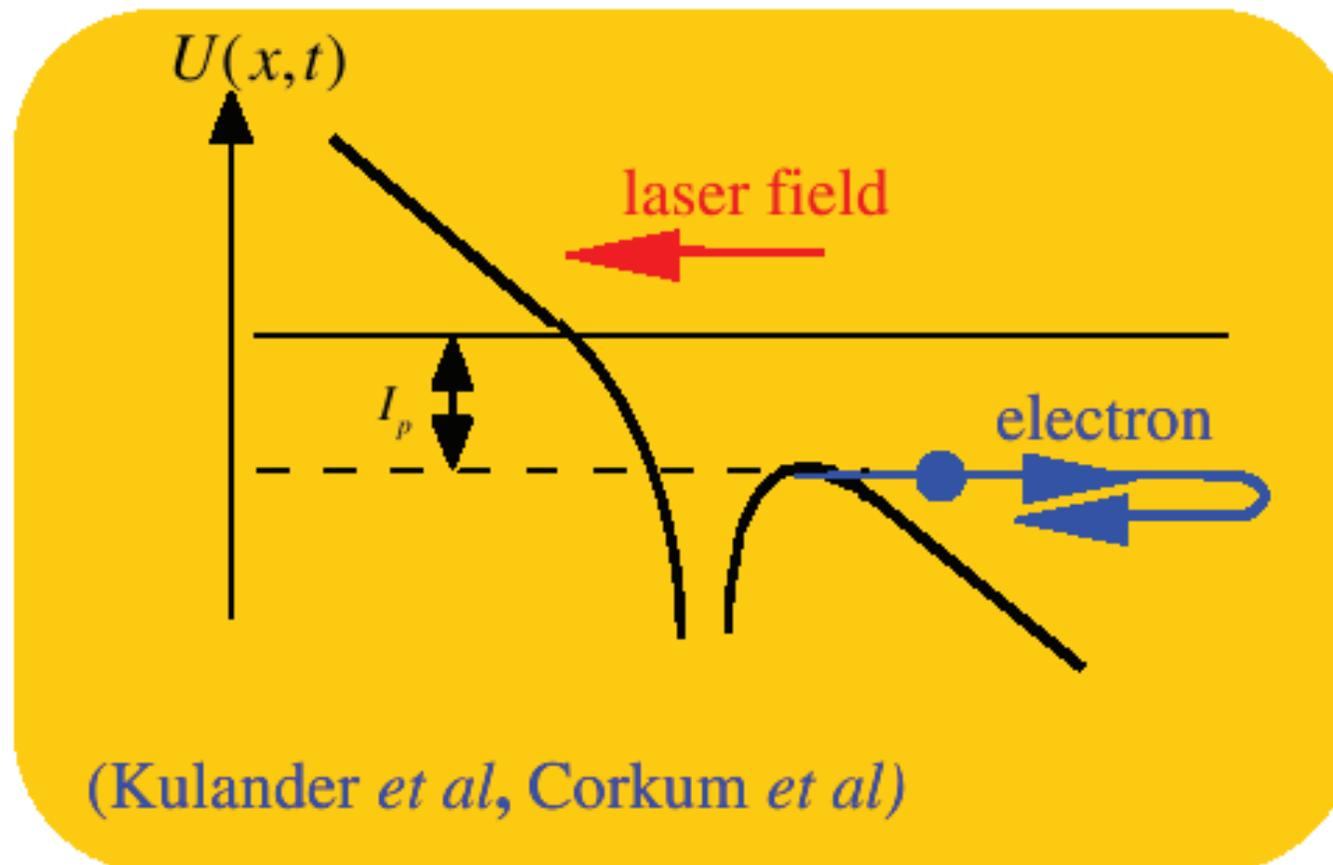
Wie sieht ein typisches HHG Spektrum aus ?



J. Zhou, J. Peatross, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn, and I. P. Christov, PRL **76**, 752 (1996)

# High Harmonic Generation – HHG

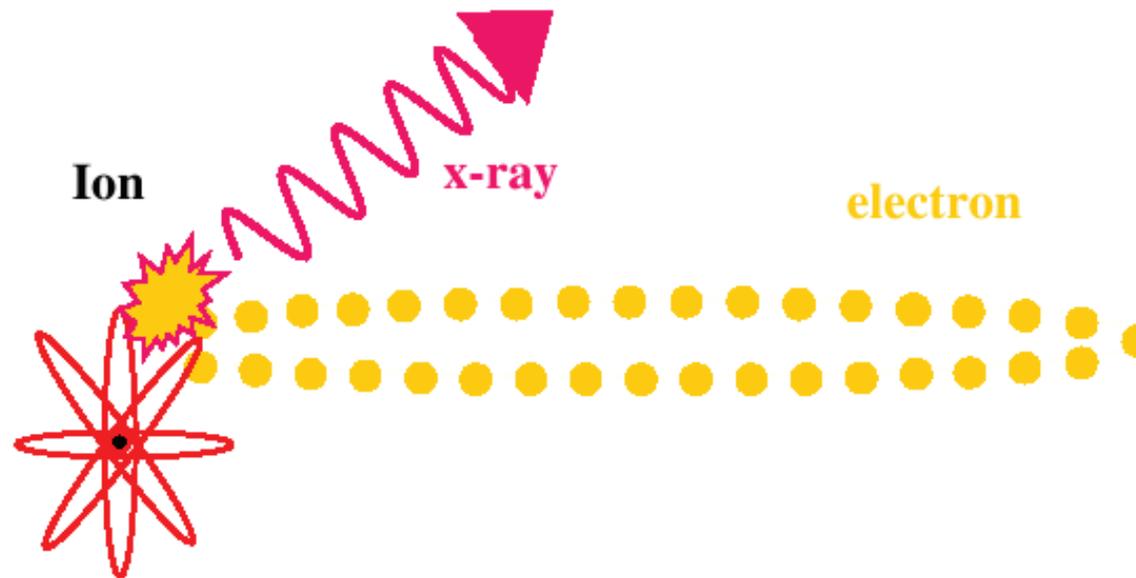
- $\hbar\omega_{cutoff} \cong I_p + 3.2 \cdot U_p$
- $I_p$ : Ionisationspotential des Atoms
- $U_p$ : Quiver-Energie des Elektrons durch das Feld der Laserwelle



# High Harmonic Generation – HHG

## Drei Stufen Modell

- Das hohe elektrische Feld ionisiert das Atom
- Das Elektron oszilliert in dem Laser Feld
- Elektron kollidiert mit dem Atom und rekombiniert



# HHG – Energie

- Berechne das ponderomotive Potential in dem sich das Elektron bewegt:

Gemittelte kinetische Energie eines freien Elektrons in einem elektrischen Feld  $E_0$  mit der Frequenz  $\omega$

$$F = ma = eE_0 e^{-i\omega t} = m \frac{dv}{dt}$$

$$v = \int \frac{eE_0}{m} e^{-i\omega t} dt = \frac{eE_0}{-im\omega} e^{-i\omega t}$$

$$U_p = \text{Kin. Energie} \Big|_{\text{Zeitmittel}} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

$$= \frac{e^2 E_0^2}{2m\omega^2} \left[ e^{-i\omega t} \right]_{\text{Zeitmittel}}^2 = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2}$$

# HHG – Energie

Was ergeben sich für Zahlen für einen typischen Ti:Saphir Laser

- Pointing-Vektor:

$$I = \bar{S} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E^2|$$

- Potential:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} = 9.33 \cdot 10^{-14} \cdot I \left[ \frac{W}{cm^2} \right] \cdot (\lambda[\mu m])^2 [eV] \\ &= 60 \text{ eV} @ 10^{15} W/cm^2 \text{ bei } \lambda = 800 \text{ nm} \end{aligned}$$

- Energieskala für die HHG in Helium

$$\begin{aligned} I_p + 3.2U_p &= 24.6 \text{ eV} + 192 \text{ eV} \\ &\cong 220 \text{ eV} \end{aligned}$$

# HHG – Trajektorie

Wie sieht nun die Trajektorie eines Elektrons in diesem Potential aus ?  
Annahmen:

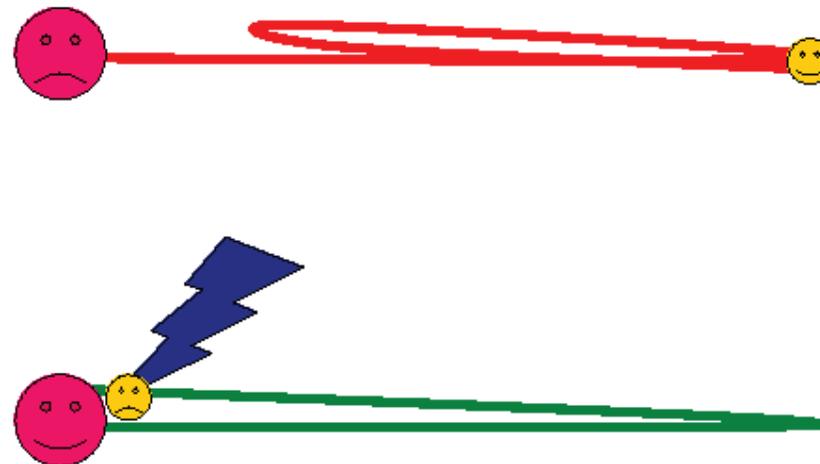
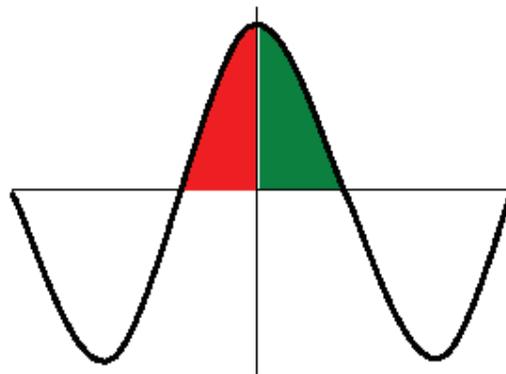
- Das Elektron ist plötzlich, komplett frei
- Das Elektron startet mit  $v = 0$

$$F = ma = eE_0 e^{-i\omega t} = m \frac{dv}{dt}$$

$$v = \int \frac{eE_0}{m} e^{-i\omega t} dt = \frac{eE_0}{-i\omega m} e^{-i\omega t} \Big|_{t_i}^{t'} = \frac{eE_0}{-i\omega m} \left( e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right) = \frac{dx}{dt}$$

# HHG – Trajektorie

- Die meisten Elektronen werden nicht mit dem Atom wieder kollidieren und rekombinieren, da die Phase nicht stimmt
- Die transversale Ausdehnung der Elektronenwellenfunktion reduziert die Kollisionsrate weiter



# HHG – Trajektorie

- Berechne die Trajektorie

$$\frac{dx}{dt} = \frac{eE_0}{-i\omega m} \left( e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right)$$

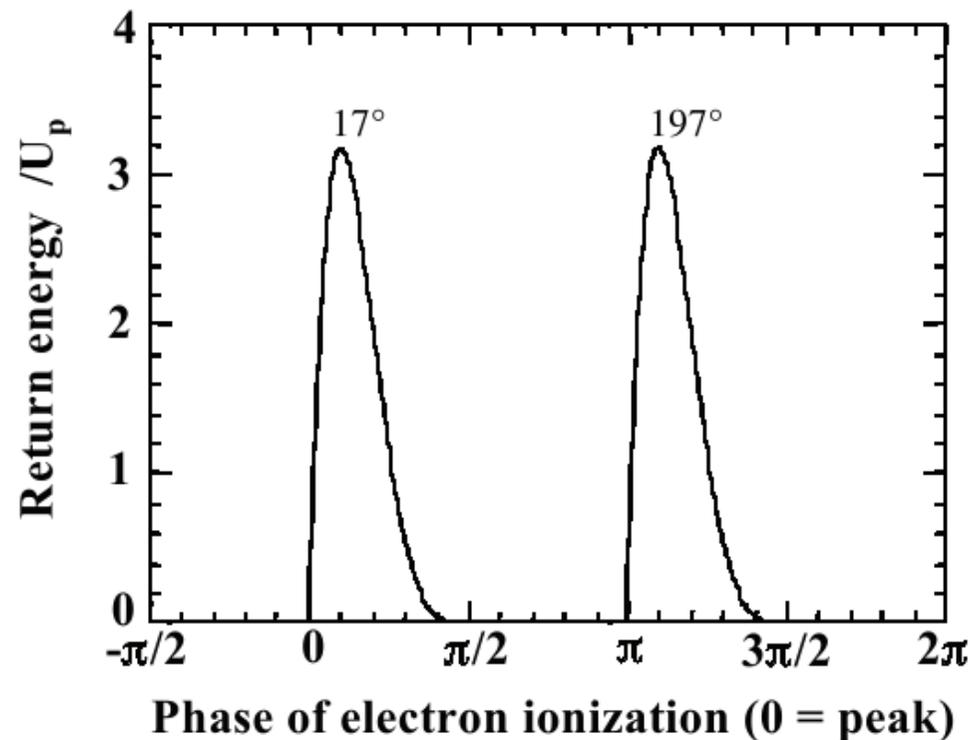
$$x = \int_{t_i}^{t_f} \frac{eE_0}{-i\omega m} \left( e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right) dt' = \frac{eE_0}{-\omega^2 m} \left( e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right) \Big|_{t_i}^{t_f}$$

- Elektron startet am Atom:  $x(t_i) = 0$
- Elektronentrajektorie muß am Atom enden:  $x(t_f) = 0$ 
  - Löse die Gleichung für  $t_f$
  - Finde  $v(t_f)$
  - Berechne die Kollisionsenergie  $E = \frac{1}{2}mv^2$

# HHG – Energietransfer

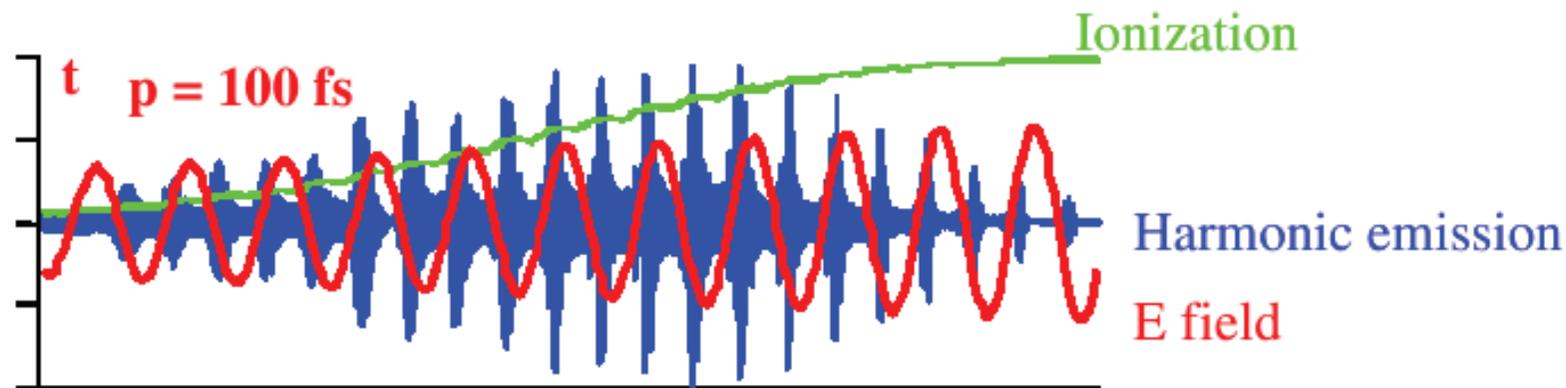
- Maximale Rückkehrenergie ist  $3.17U_p$
- Maximaler klassischer Energiegewinn wenn das Elektron in den Grundzustand übergeht

$$E_{cutoff} = I_p + 3.17U_p$$



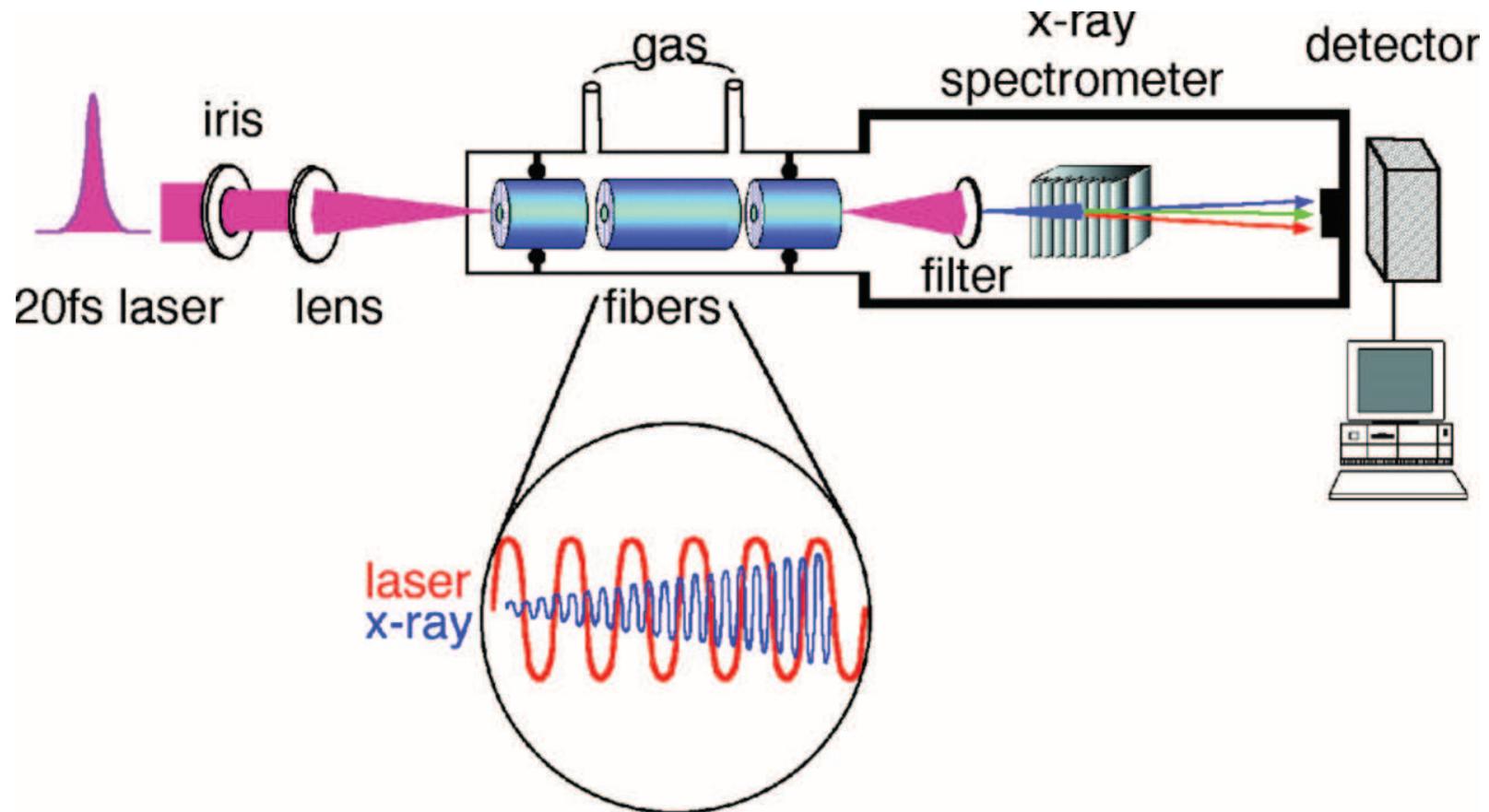
# HHG – Ultrakurze Pulse

- Typisches Verhalten der HHG Emission
- HHG erfolgt zweimal während eines Lichtzyklus
- HHG Pulse sind sehr kurz: Erreicht hat man inzwischen ca.  $80 \text{ as} = 0.08 \text{ fs}$
- Damit ist man im Bereich der atomaren Zeitskala, der Bohrzeit  $\cong 150 \text{ as}$ . Klassische Zeit, die das Elektron im H-Atom für eine Umrundung des Kerns benötigt
- Neues Gebiet der Attosekunden Physik



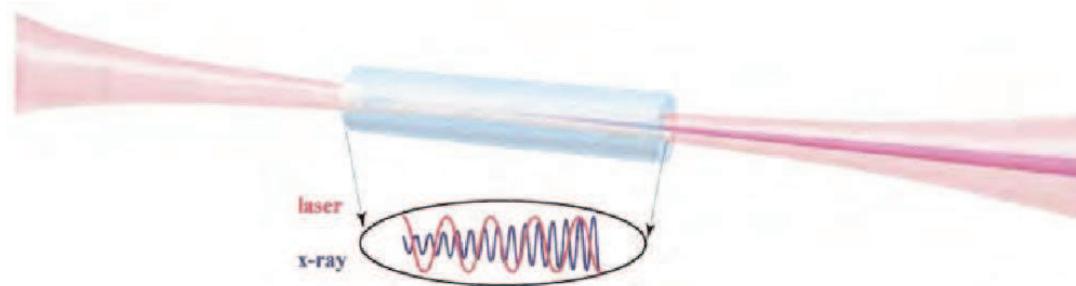
# HHG – Phasematching

Fokussierung der Strahlung in eine Fiber als Waveguide



Science **280**, 1412 (1998), Phys.Rev.Lett. **83**, 2187 (1999)

# HHG – Phasematching

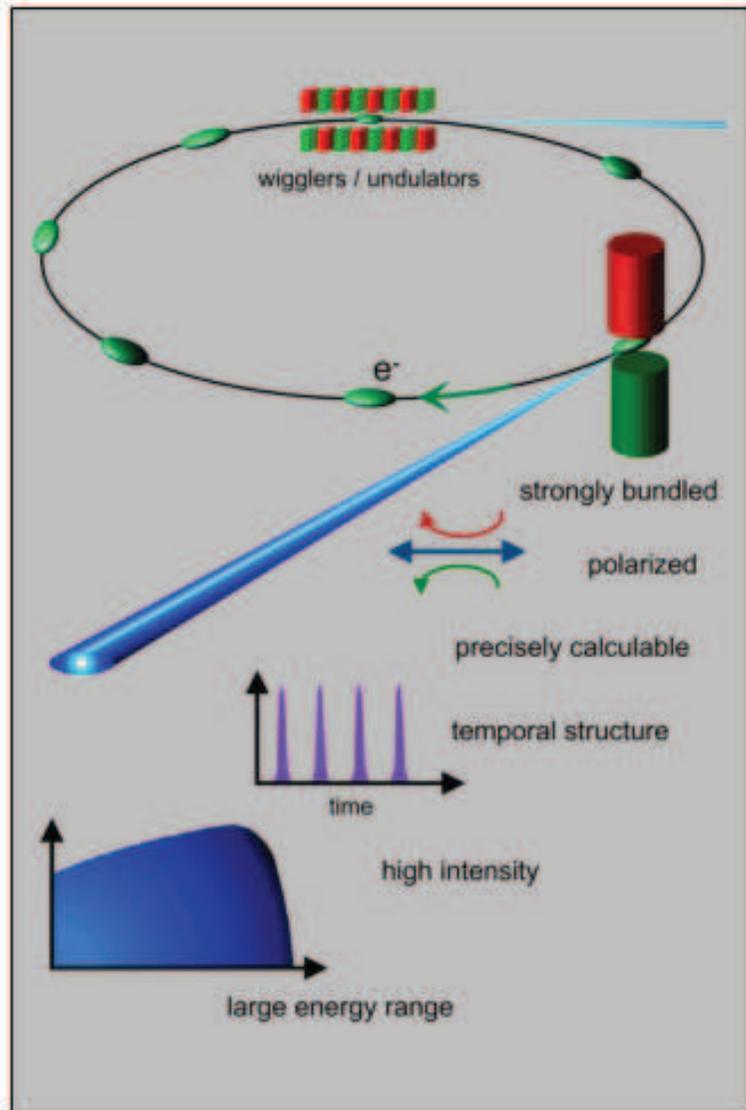


$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \left( 1 + P\delta(\lambda) - \frac{1}{2} \left[ \frac{u\lambda}{2\pi a} \right]^2 - \frac{1}{2} \frac{N_e r_e \lambda^2}{\pi} \right)$$

$$= \textit{Vakuum} + \textit{Gas} + \textit{Waveguide} + \textit{Ionisation}$$

- Mit Hohlfasern als Wellenleitern kann man für niedrige Harmonische ein Phase-Matching realisieren.
- Hohe Harmonische werden bei höheren Laserintensitäten und somit höheren Ionisationslevels erzeugt. Hier kann das EUV Licht und der Laser aber nicht mehr in einer festen Phasenbeziehung zueinander gehalten werden.

# Röntgen und EUV Optik

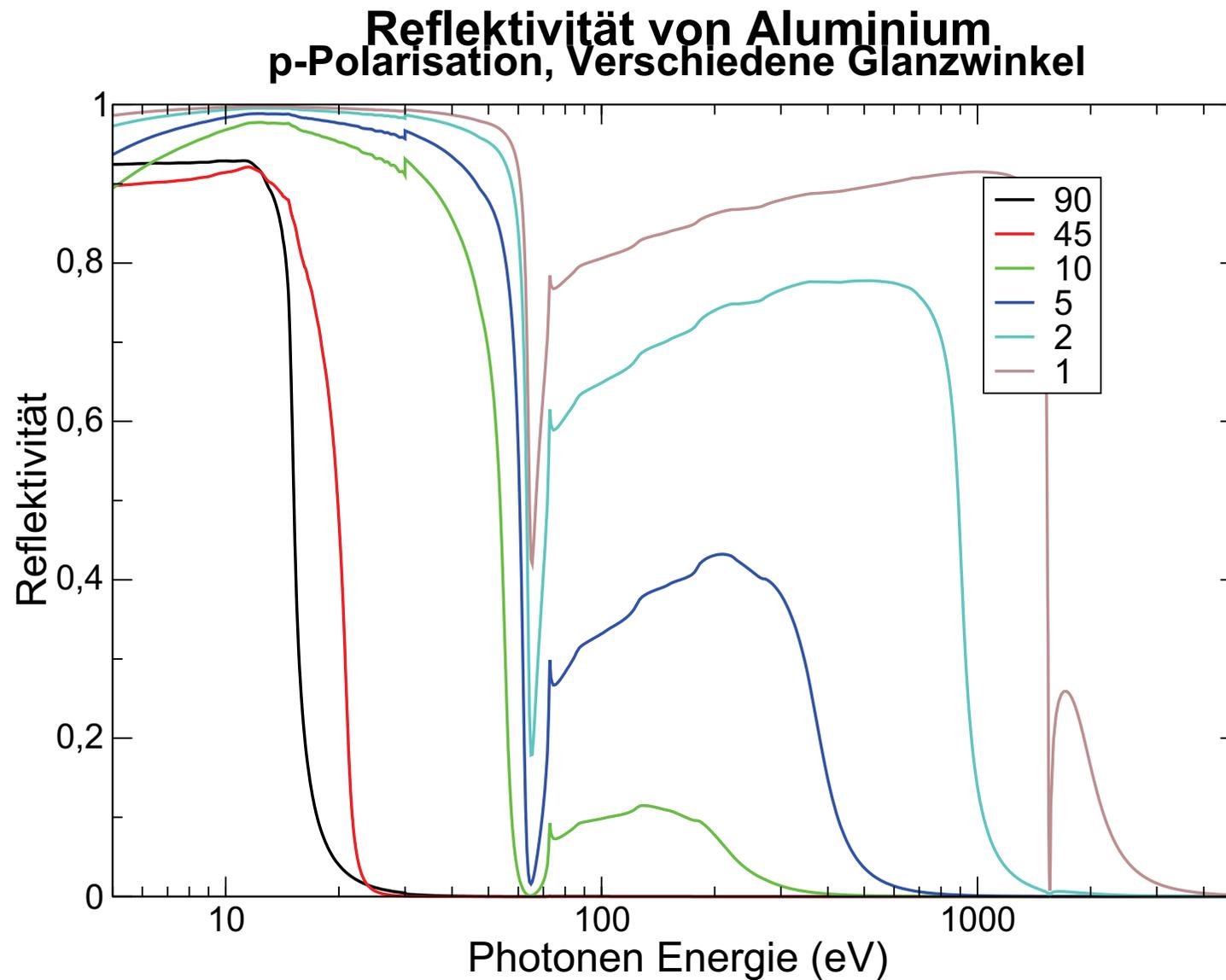


- Optische Materialien
- Abbildungseigenschaften
- Monochromatoren
- Optikfehler
- Ray Tracing

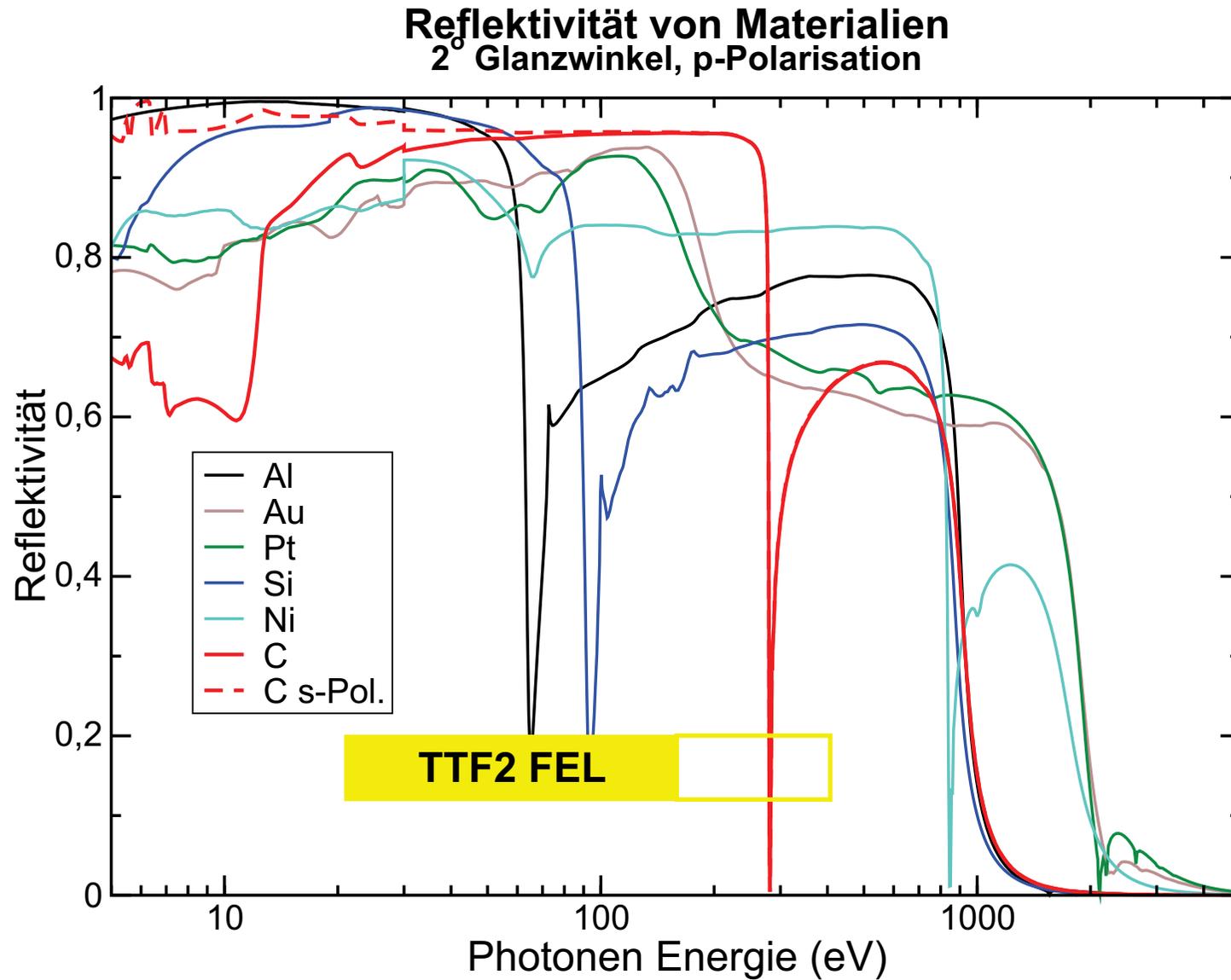
# Optische Materialien

- Es gibt **kein** dickes, optisch transparentes Material für Photonenenergie  $> 11 \text{ eV}$  !
- ⇒ Keine Linsen, keine Prismen, ...
- Es können somit nur reflektive Optiken, also Spiegel eingesetzt werden.
- Großes Problem für die Lithographie zur Herstellung von Halbleiterstrukturen, da die bekannten und bewährten Techniken nicht mehr eingesetzt werden können
- Kürzeste Lithographie Wellenlänge ist zur Zeit  $157 \text{ nm} = 7.9 \text{ eV}$  ( $F_2$ -Laser)
- Erreicht werden sollen  $13.5 \text{ nm} = 92 \text{ eV}$
- Zur Zeit wird deshalb die **EUV Lithographie** entwickelt  
EUV = Extended UV
- Welche Materialien sind geeignet ?

# Reflektivität von Materialien



# Reflektivität von Materialien

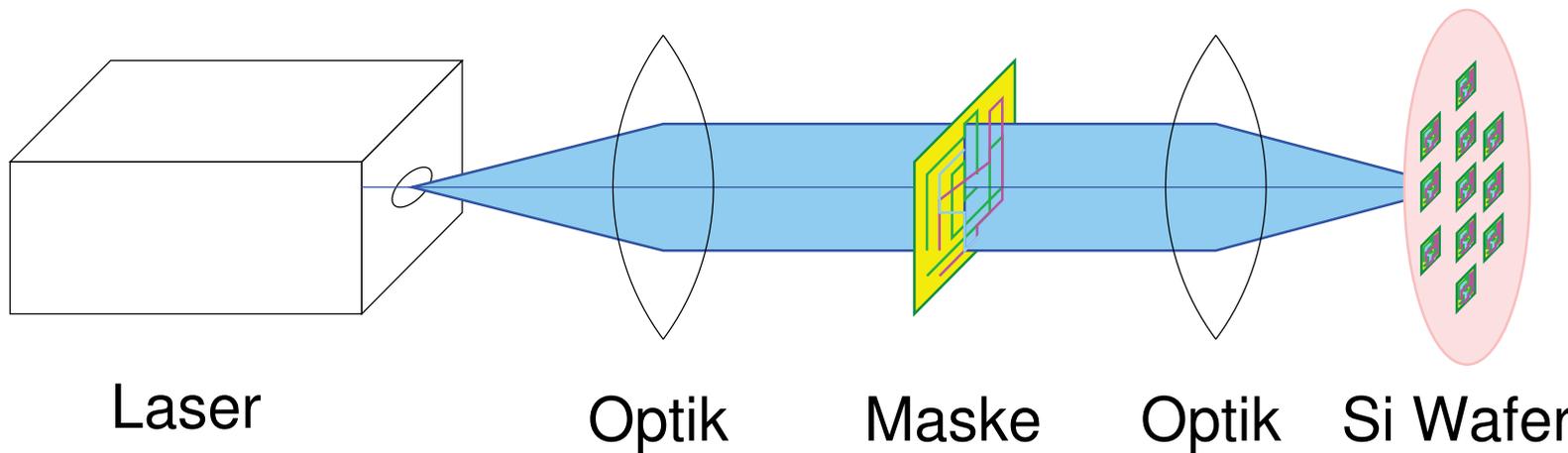


# Reflektivität von Materialien

- Bild Reflektivität Al, Au, C
- Bis ca. 30 eV kann unter Normalem Einfall (Normal incidence) gearbeitet werden
- Bei höheren Energien muß streifender Einfall gewählt werden
- Für einzelne Energien können Multilayer Interferenzspiegel hergestellt werden
- Optimierung von Schichten für EUV Lithographie

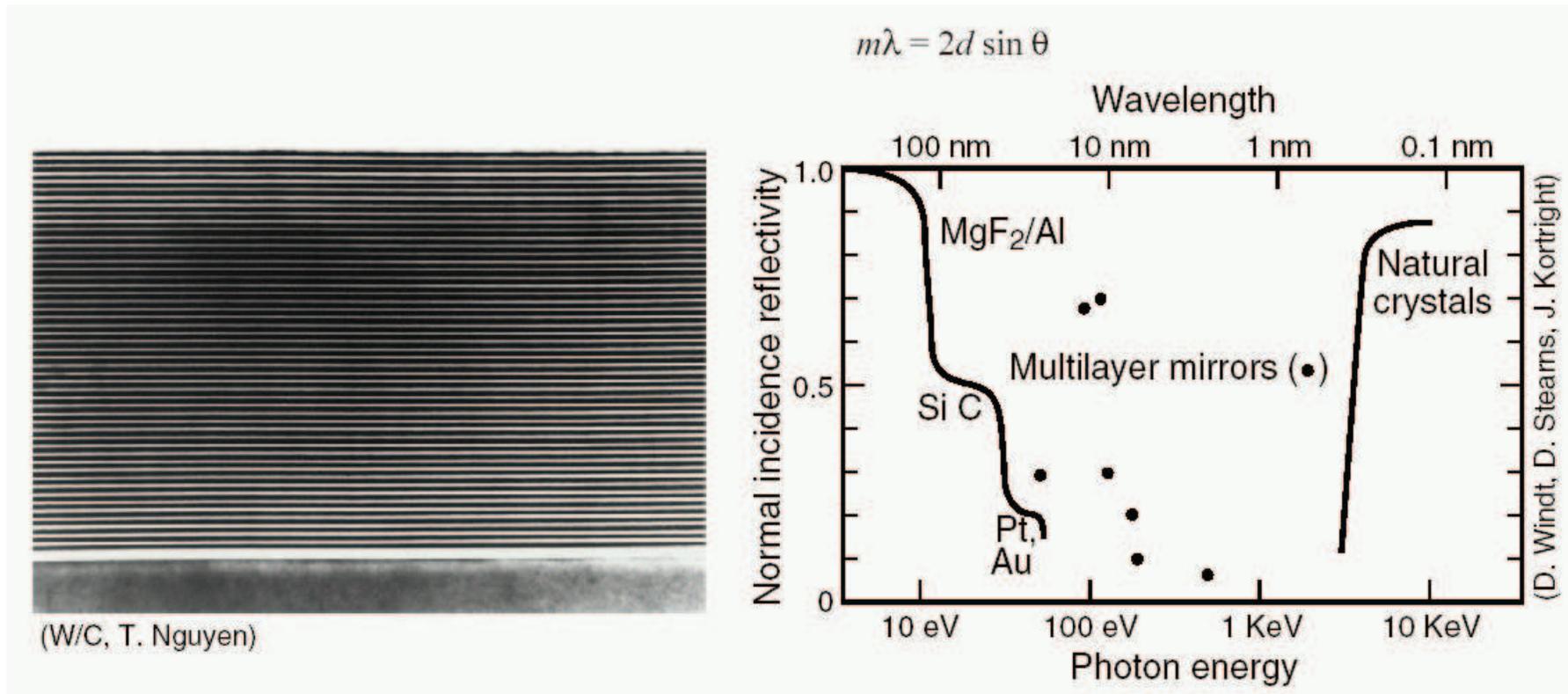
# EUV Lithographie 1

## Halbleiter Lithographie



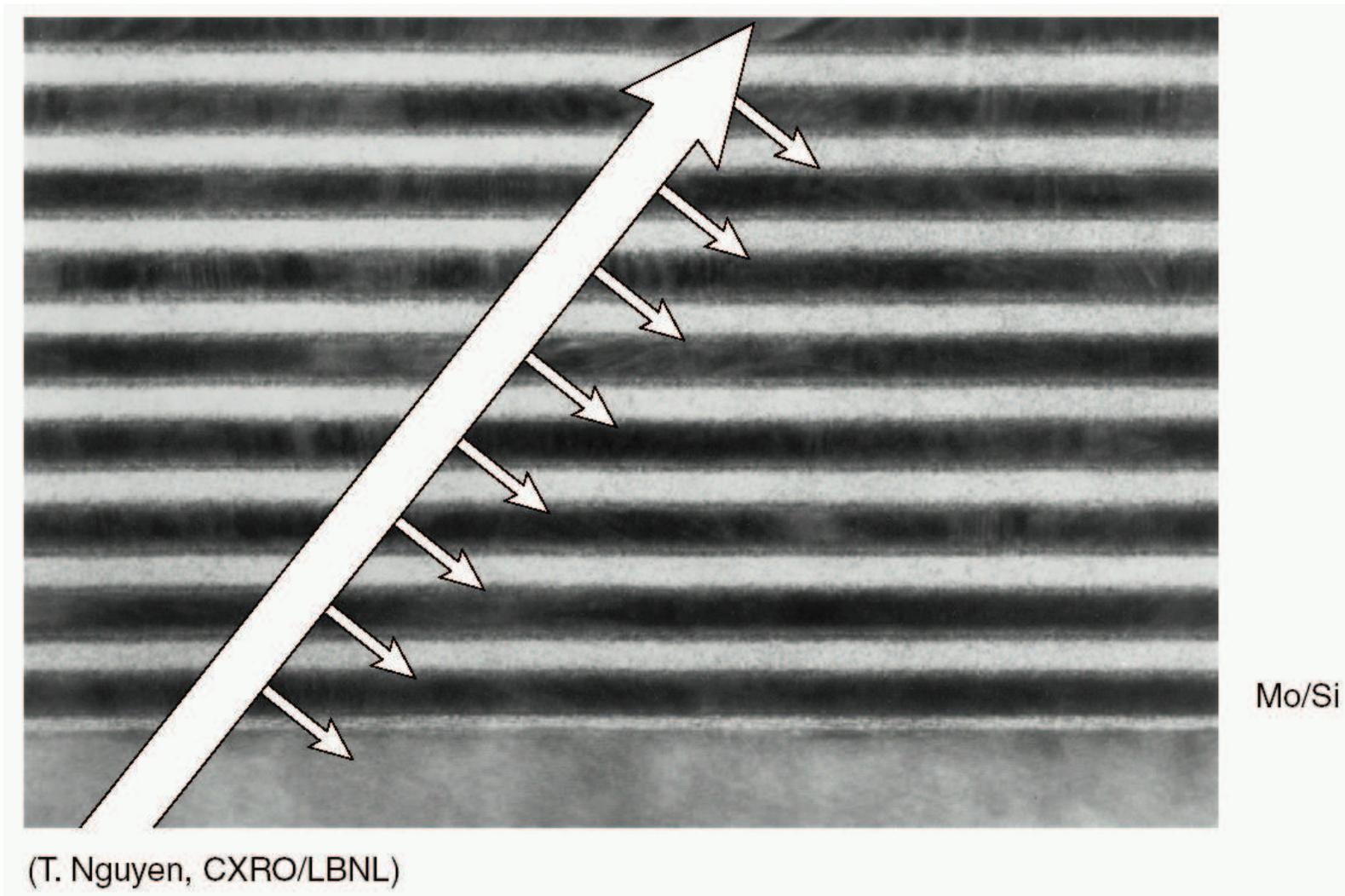
- ab ca. 2009 wird EUV Strahlung (13.5 nm) Strahlung benötigt um noch kleinere Halbleiterstrukturen herzustellen
- Probleme:
  - Strahlung breitet sich nur im Vakuum aus (Neu)
  - Es können nur reflektive Optiken verwendet werden (neu)
  - Staub auf Masken
  - Welche Strahlungsquellen ?
  - ...

# Multilayer 1



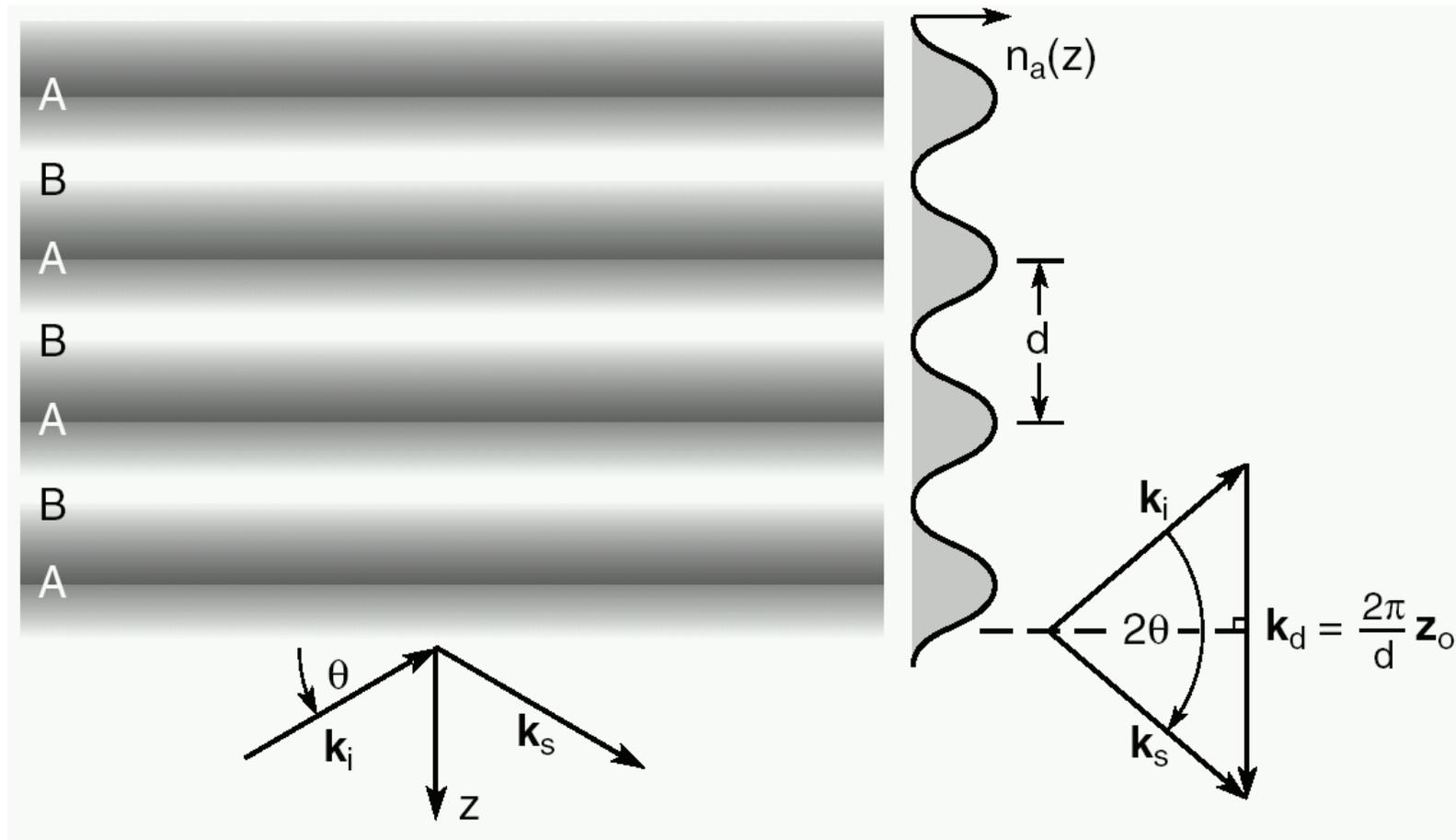
- Reflektivität für senkrechten Einfall verschiedener Materialien und von Schichtsystemen

# Multilayer 2



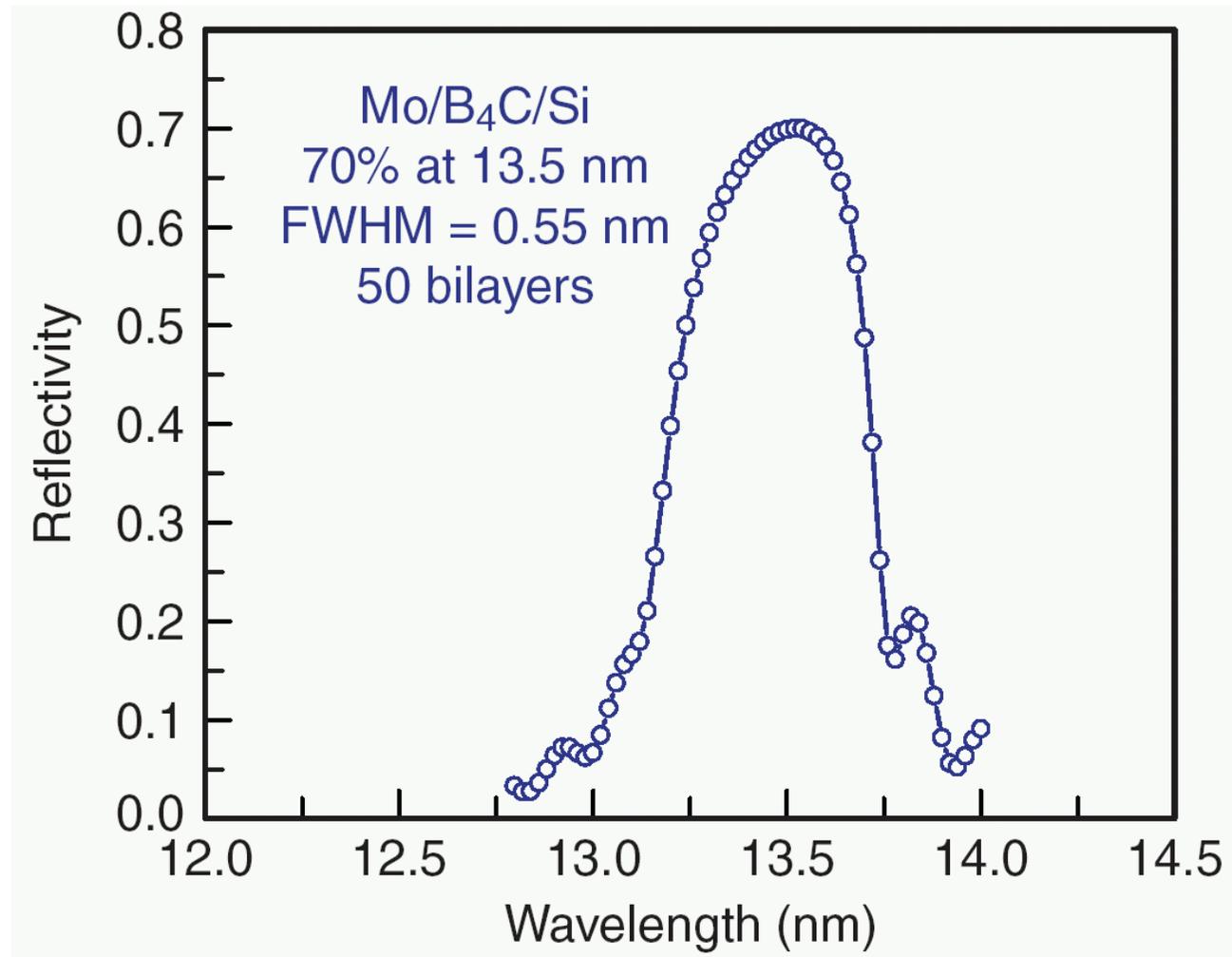
- Reflektion in einem Multilayer an jeder Grenzschicht

# Multilayer 3



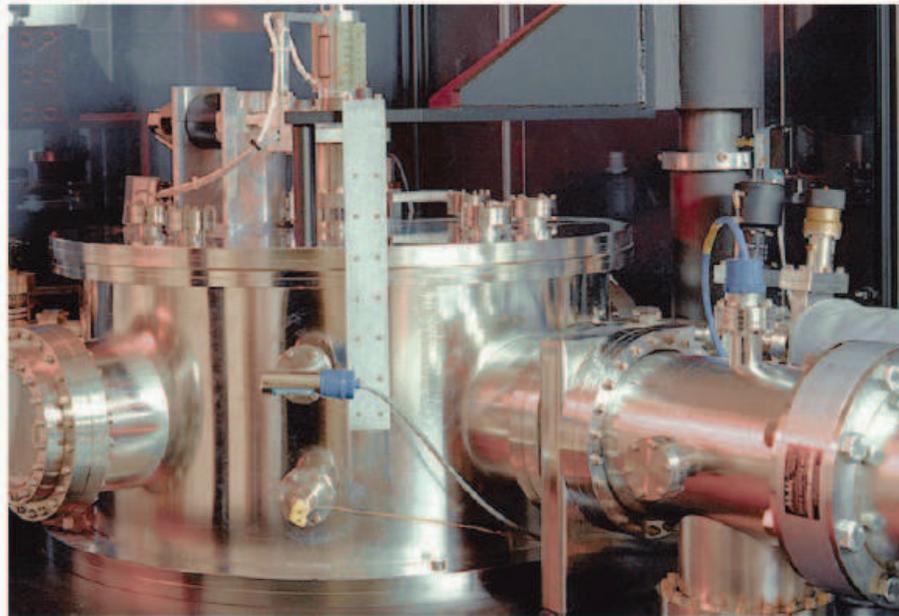
- Bragg Reflektion
- Reflektivität hängt von der Dicke der Schichten und den optischen Konstanten ab

# Multilayer 4

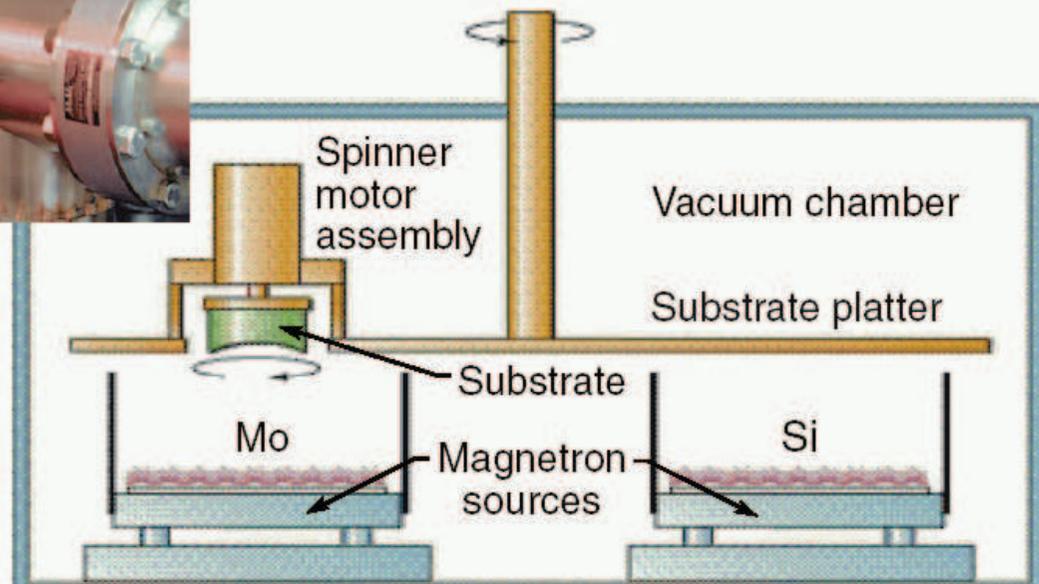


- Reflektivität unter senkrechtem Einfall eine Mo/Si Multilayerstruktur

# Multilayer 5



Substrates mounted on a rotating platter are swept across each sputter source sequentially to form the multilayer. Modulating the platter velocity provides precision control of radial thickness distribution and absolute film thickness. The substrate is also spun fast about its own axis for azimuthal uniformity.

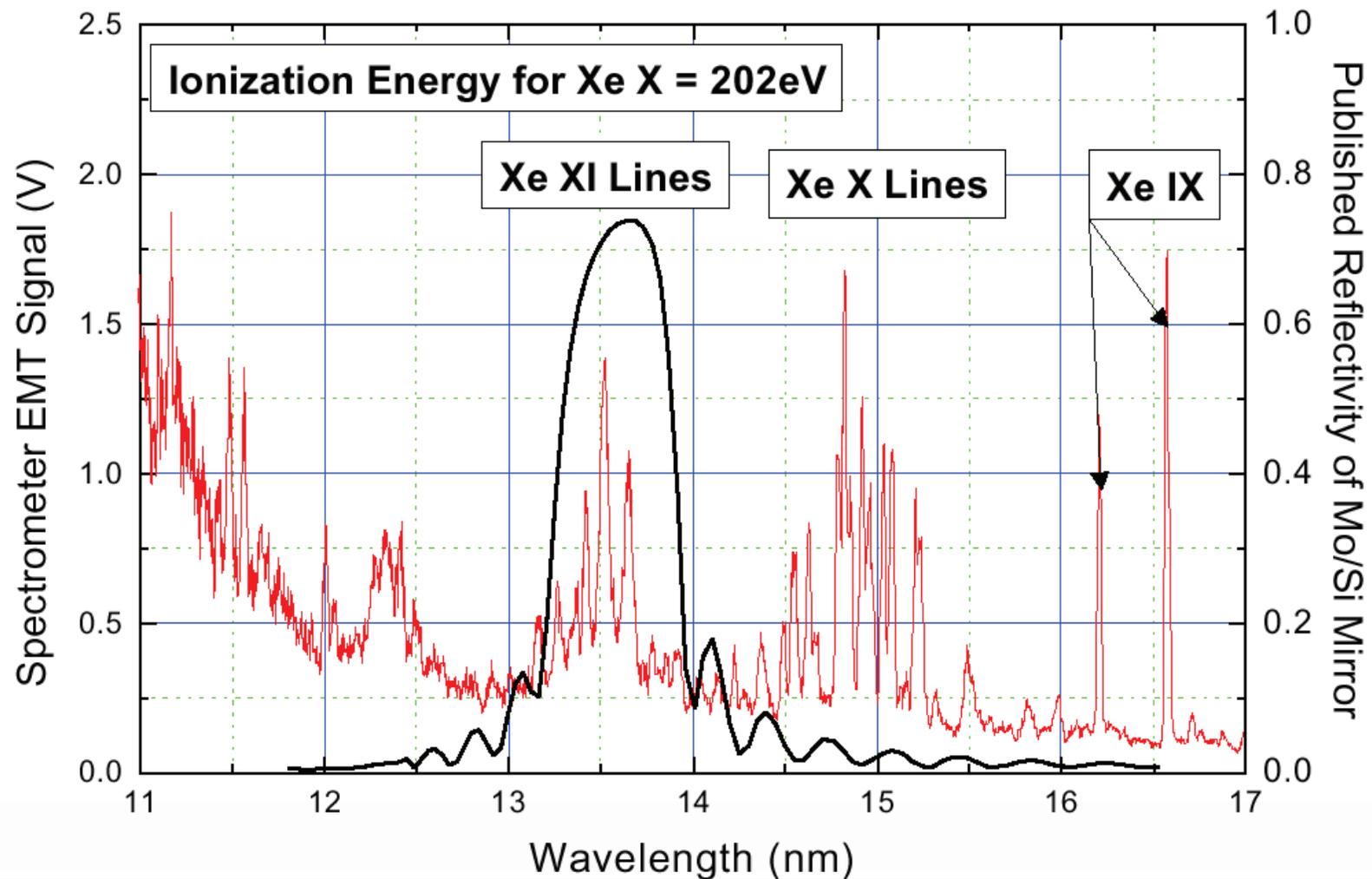


(Courtesy of Jim Folta, LLNL)

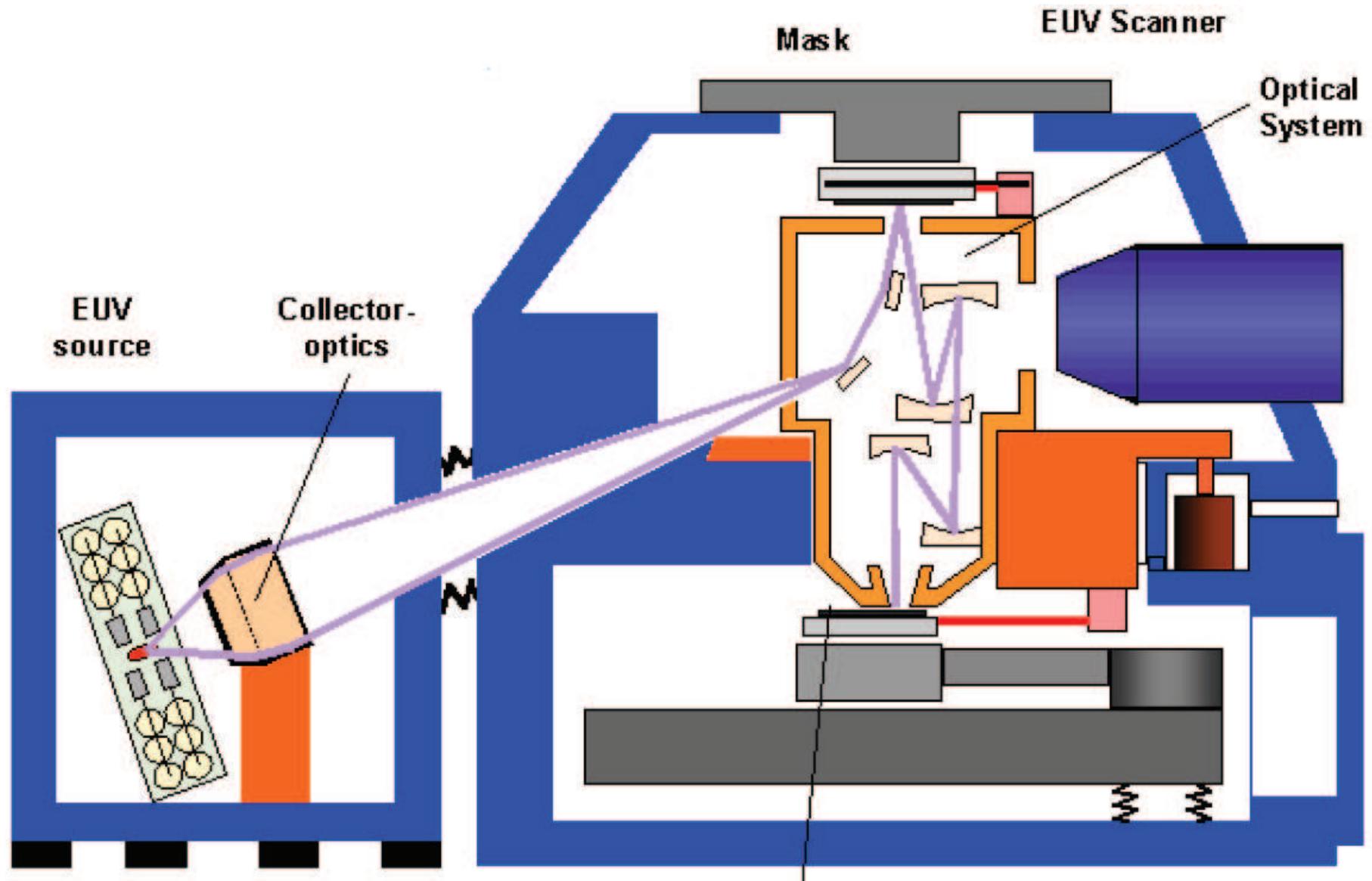


# Reflektivität eines Multilayer Spiegels

## Measured EUV Spectrum of Xenon

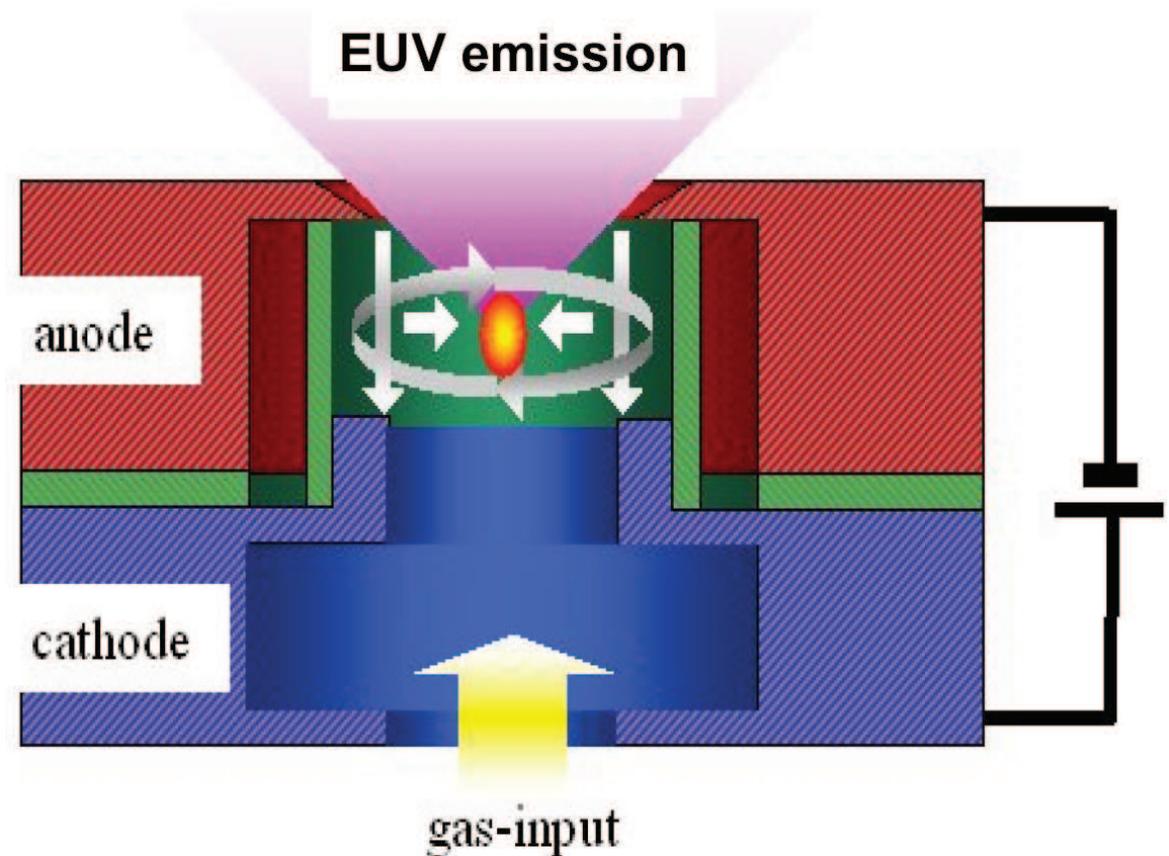
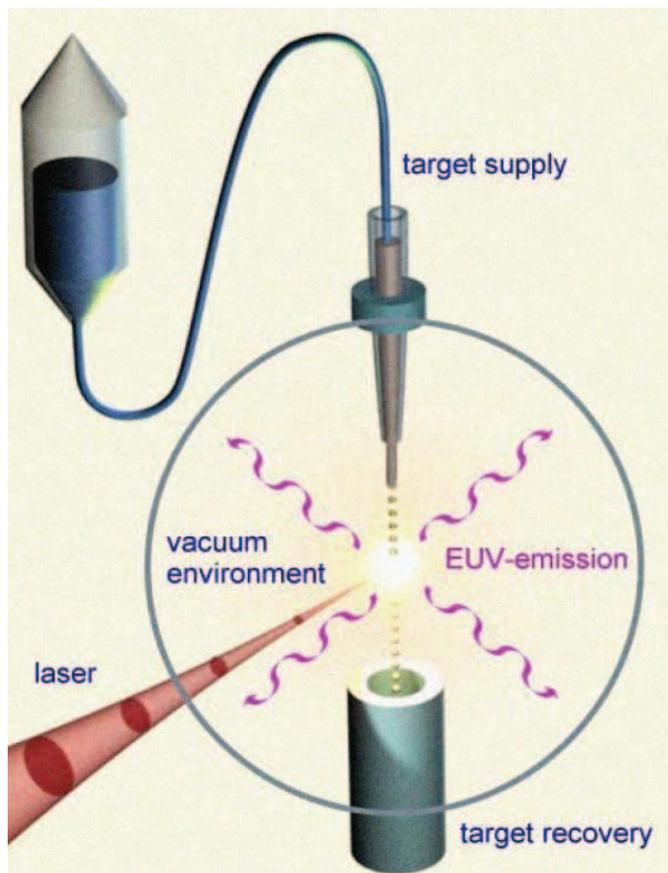


# EUV Lithographie 2



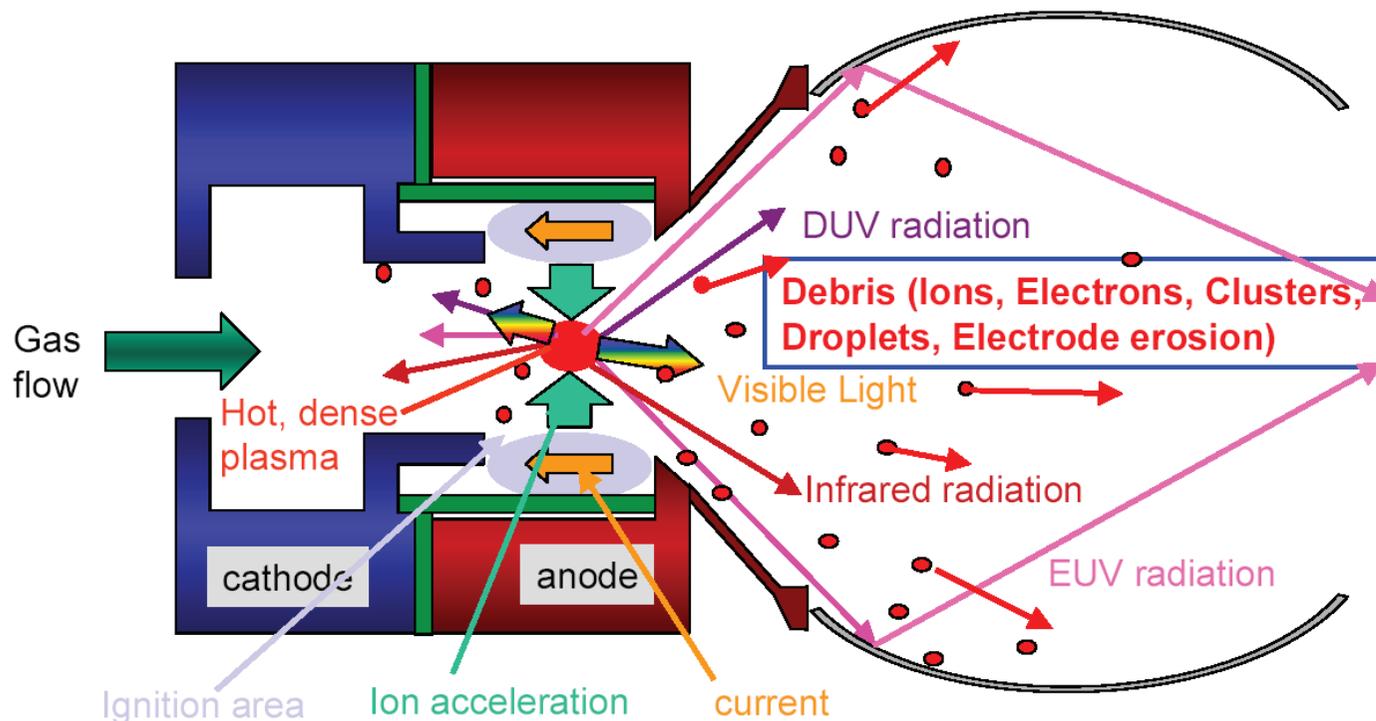
# EUV Lithographie 3

- Quellen für 13.5 nm Strahlung: Xe Plasma
- Anforderung:  $>115$  W Strahlungsleistung im Bereich 13-14 nm
- Repetitionsrate  $>10,000$  Hz
- Laser Plasma oder Gasentladungsplasma (oder Synchrotron/FEL)

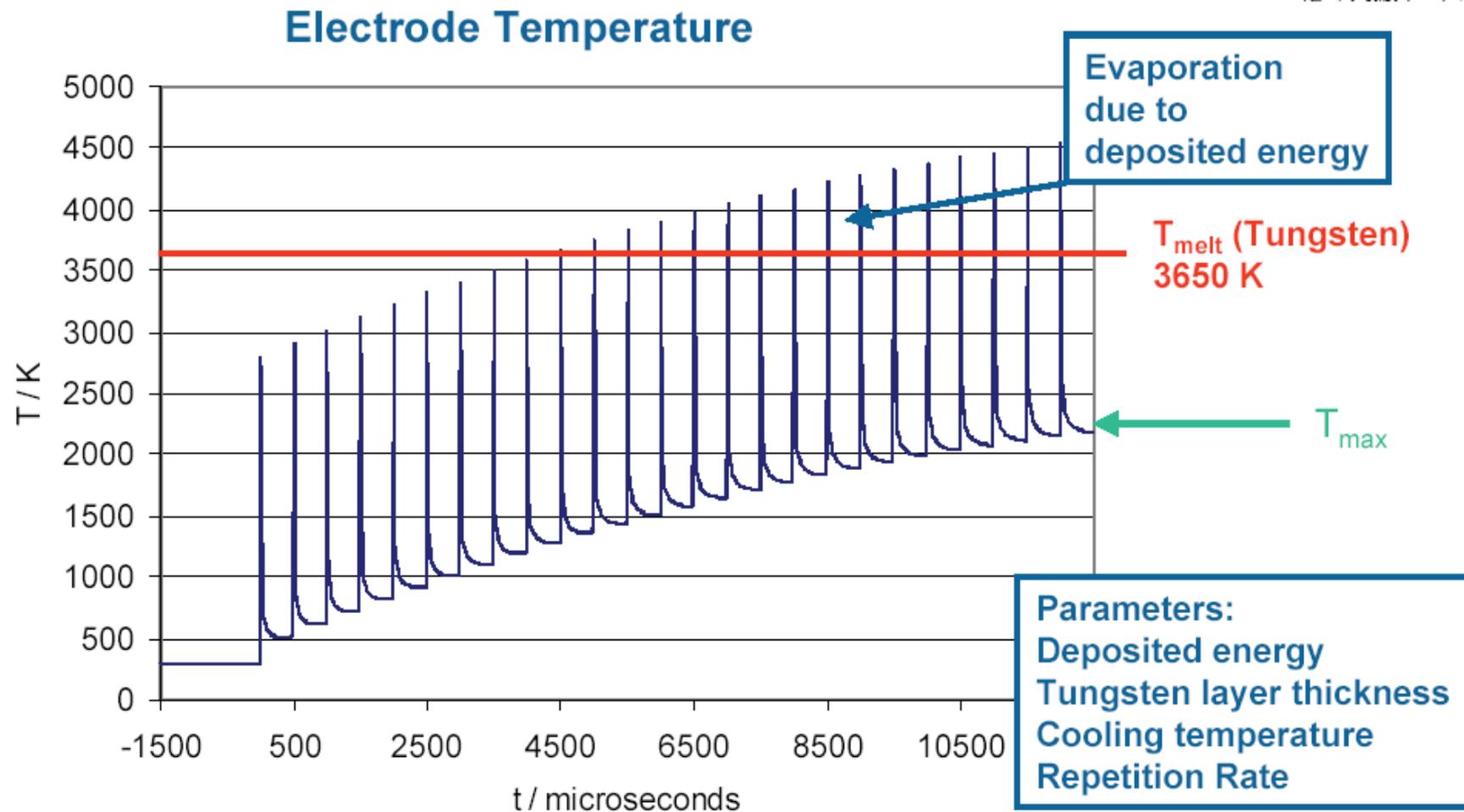


# Gasentladungsplasma

- Sogenannte Z-Pinch Entladung
- Problem: Debris der Entladung zerstört die nachfolgende Optik
- Wärmelast in der Entladung
- Für 115 W EUV Leistung werden mehr als 20 kW elektrische Leistung in das Plasma gesteckt !

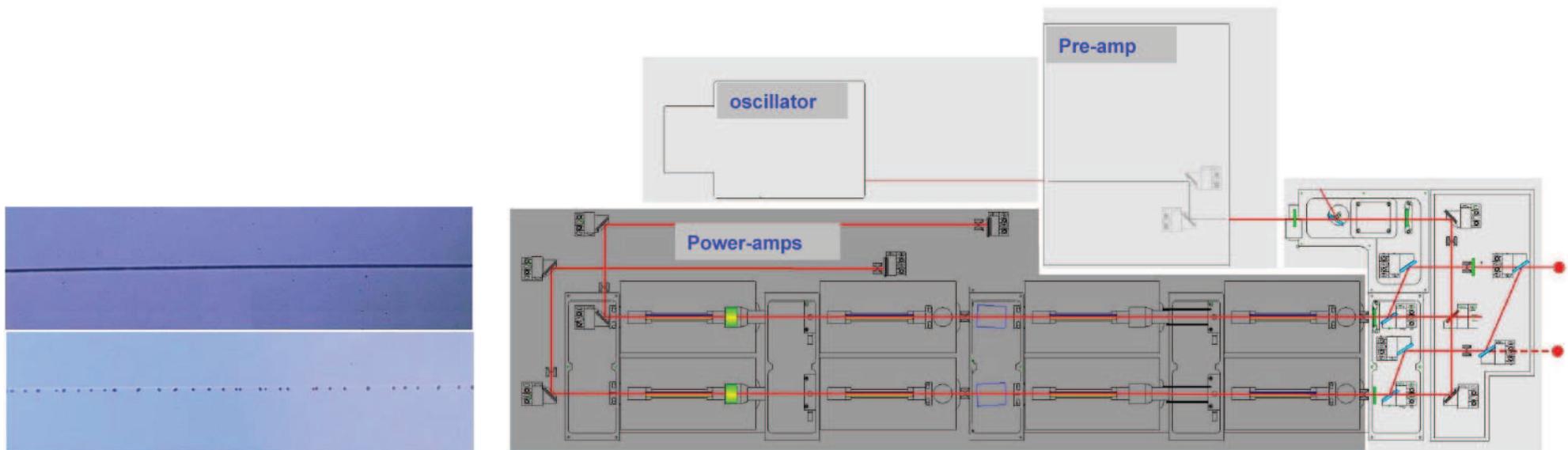


# Gasentladungsplasma



# Laserplasma

- Erzeugung eines Strahls oder von Tröpfchen aus flüssigem/fest Xenon im Vakuum  
Super Sonic Beam Expansion
- 1.2 kW Laserleistung bei 10 kHz liefern “nur” 10 W EUV Leistung
- 34 kW Laserleistung werden voraussichtlich benötigt
- Weniger Probleme mit Debris, keine schmelzenden Elektroden



- Laser: Wie bekommt man die Leistung in das Plasma hinein ?
- z-Pinch: Wie bekommt man die Wärmeleistung wieder heraus ?

# EUV Monochromatoren

- Synchrotron- und Wigglerstrahlung ist kontinuierlich
- Undulator- und FEL Strahlung hat Spektral auch noch eine relativ große Bandbreite  $E/\Delta E = N$
- Strahlung muß monochromatisiert werden
  - 5 - 30 eV      Normal incidence Monochromatoren (NIM)
  - 10 eV - 2 keV      Gitter Monochromatoren (SGM, PGM)
  - > 2 keV      Kristallmonochromatoren
- Es gibt keine dispersiven Medien  $\Rightarrow$  Verwendung von Reflektionsgittern

# Abbildungseigenschaften

- **Fermat'sches Prinzip**

Der optische Weg zwischen zwei Punkten A und B muß ein Extremum annehmen.

Optischer Weg  $F = \bar{A}P + \bar{P}B$

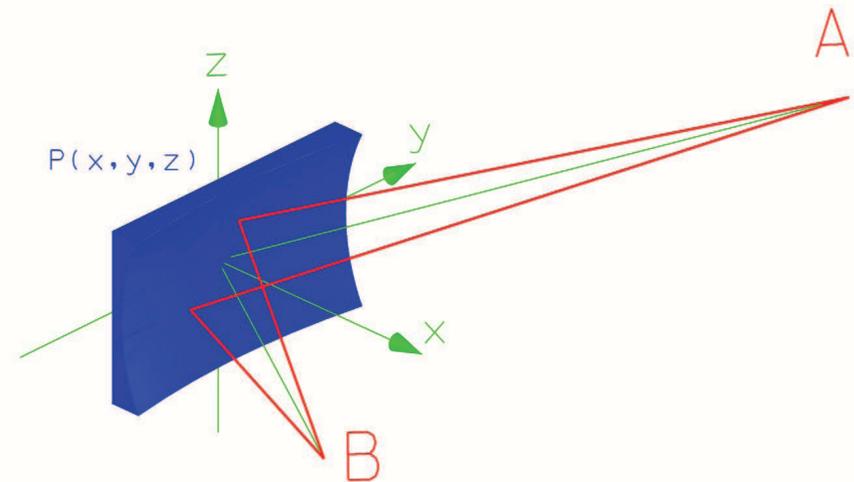
$P(\xi, \omega, \ell)$  : Koordinaten eines Spiegels

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

- Oberfläche wird durch Polynom beschrieben

$$\xi(\omega, \ell) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} \omega^i \ell^j$$

$$a_{00} = a_{10} = 0, \quad j = \text{even}$$



# Abbildungseigenschaften

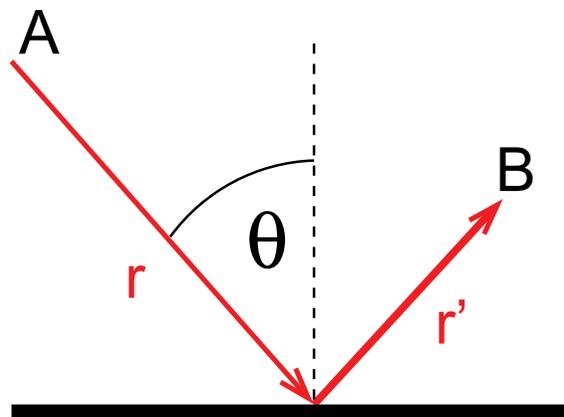
Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände  $r$  und  $r'$  vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \overline{AP} \quad r' := \overline{PB}$$

$\theta$  := Winkel zur Flächennormale

- Toroid
- Paraboloid
- Ellipse



# Abbildungseigenschaften

Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände  $r$  und  $r'$  vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \overline{AP} \quad r' := \overline{PB}$$

$$\theta := \text{Winkel zur Flächennormale}$$

- Toroid

Zwei verschiedene Radien in  $y$  und  $z$  Richtung  $R$  und  $\rho$ .

Spezialfall **Sphäre**:  $R = \rho$

$$\text{Meridionaler Fokus} \quad \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \frac{\cos \theta}{2} = \frac{1}{R}$$

$$\text{Sagittaler Fokus} \quad \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \frac{1}{2 \cos \theta} = \frac{1}{\rho}$$

# Abbildungseigenschaften

Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände  $r$  und  $r'$  vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \bar{A}P \quad r' := \bar{P}B$$

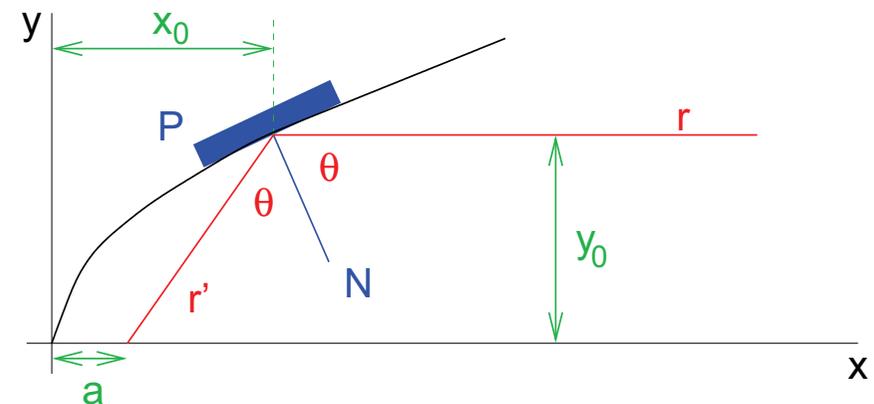
$\theta$  := Winkel zur Flächennormale

- Paraboloid

$$y^2 + z^2 = 4ax$$

$$x_0 = a \tan^2 \theta$$

$$y_0 = 2a \tan \theta$$



# Abbildungseigenschaften

## Wichtige abbildene Elemente

- Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

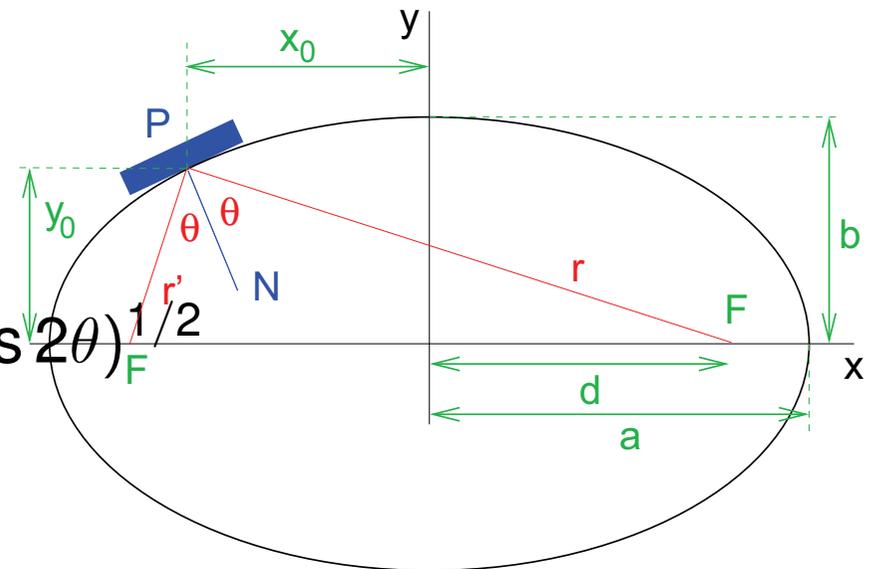
$$a = \frac{1}{2}(r + r')$$

$$b = (a^2 - d^2)^{1/2}$$

$$d = \frac{1}{2}(r^2 + r'^2 - 2rr' \cos 2\theta)^{1/2}$$

$$x_0 = a \left( 1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right)^{1/2}$$

$$y_0 = \frac{rr' \sin 2\theta}{2d}$$



# Abbildungseigenschaften

- Optischer Weg  $A\vec{O}_A + O_A\vec{O} + \vec{O}P$

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -r \cos \alpha \\ -r \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi \\ \omega \\ \ell \end{pmatrix}$$

$$\bar{AP} = |\vec{AP}| = \sqrt{(\xi - r \cos \alpha)^2 + (\omega - r \sin \alpha)^2 + (\ell - z)^2}$$

$$\bar{BP} = |\vec{BP}| = \sqrt{(\xi - r' \cos \alpha)^2 + (\omega - r' \sin \alpha)^2 + (\ell - z')^2}$$

- Zentraler Strahl auf der Optik

$$\left( \frac{\partial F}{\partial \ell} \right)_{\xi=\omega=l=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{z}{r} = \frac{z'}{r'}$$

# Reihenentwicklung Toroid

- Um  $F$  allgemein zu berechnen, müssen die Koeffizienten  $a_{ij}$  der Reihenentwicklung

$$\xi(\omega, \ell) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} \omega^i \ell^j$$

bestimmt werden.

- Allgemein:

$$\begin{aligned} a_{02} &= \frac{1}{2\rho} & a_{20} &= \frac{1}{2R} & a_{22} &= \frac{1}{4R^2\rho} \\ a_{04} &= \frac{1}{8\rho^3} & a_{40} &= \frac{1}{8\rho^3} & & \\ a_{12} &= 0 & a_{30} &= 0 & & \end{aligned}$$

# Reihenentwicklungen

- Kugel:

$$\rho = R$$

- Ebenenspiegel:

$$R \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \infty \Rightarrow a_{ij} = 0$$

- Paraboloid:

$$\begin{aligned}
 a_{02} &= \frac{1}{4r' \cos \theta \sin^2 \theta} & a_{20} &= \frac{\cos \theta}{4r'} & a_{22} &= \frac{3 \sin^2 \theta}{32r'^3 \cos \theta} \\
 a_{04} &= \frac{\cos^3 \theta}{64r'^3 \tan \theta} & a_{02} &= \frac{5 \cos \theta \sin^2 \theta}{64r'^3} \\
 a_{12} &= -\frac{\tan \theta}{8r'^2} & a_{30} &= -\frac{\sin \theta \cos \theta}{8r'^2}
 \end{aligned}$$

# Beugungsgitter

- Identische Behandlung  
Optischer Weg

$$F = \bar{A}P + \bar{P}B + Nk\lambda\omega$$

mit

$N$  Liniendichte

$k$  Beugungsordnung  $\pm 1, \pm 2, \dots$

$\lambda$  Wellenlänge des Lichts

$\omega$  Position in der Dispersionsrichtung

- Reihenentwicklung des optischen Weges  $F$

$$F = F_{000} + \omega F_{100} + \frac{1}{2}\omega^2 F_{200} + \ell^2 F_{020} + \omega^3 F_{300} \\ + \omega \ell^2 F_{120} + \omega^4 F_{400} + \omega^2 \ell^2 F_{220} + \ell F_{040} + \dots$$

# Abbildungseigenschaften – Optischer Weg

$$F_{000} = r + r'$$

Gitter Gleichung  $F_{100} = Nk\lambda - (\sin \alpha + \sin \beta)$

Meridional Fokus

$$F_{200} = (\cos^2 \alpha / r) + (\cos^2 \beta / r') - 2a_{20}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

Sagittaler Fokus  $F_{020} = 1/r + 1/r' - 2a_{02}(\cos \alpha + \cos \beta)$

Primary Coma

$$F_{300} = T(r, \alpha) / r \sin \alpha + T(r', \beta) \sin \beta - 2a_{30}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

Astigmatic Coma

$$F_{120} = S(r, \alpha) / r \sin \alpha + S(r', \beta) \sin \beta - 2a_{12}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

mit

$$T(r, \alpha) = (\cos^2 \alpha / r) - 2a_{20} \cos \alpha \quad , \quad S(r, \alpha) = (1/r) - 2a_{02} \cos \alpha$$

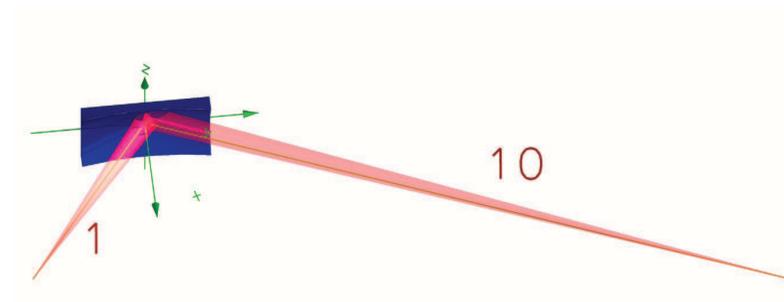
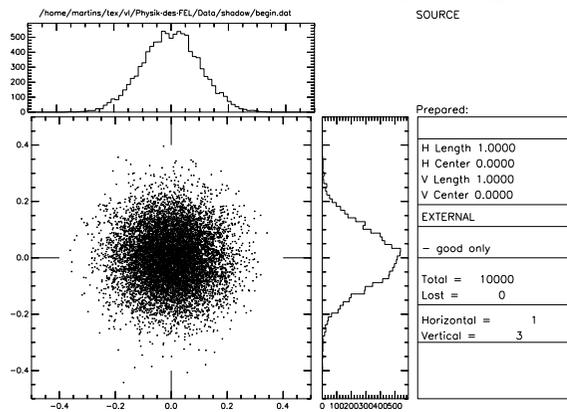
# Abbildungseigenschaften

- Mit dem Fermat'schen Theorem lassen sich damit im Prinzip beliebige Optiken analytisch berechnen und optimieren
  - Optimieren heißt, dass die höheren Beiträge  $F_{klm}$  (Abberationen) zum optischen Weg  $F$  verschwinden
- ⇒ Verwendung von vielen optischen Komponenten in z.B. Kameraobjektiven
- Bei einer Optik mit verschiedenen Komponenten wird dies sehr schnell sehr aufwendig!
  - Ungeeignet für XUV und Röntgenoptiken
  - Lösung: Ray Tracing Programme

# Ray Tracing

Abbildung eines Quellpunktes mit drei verschiedenen Spiegeln

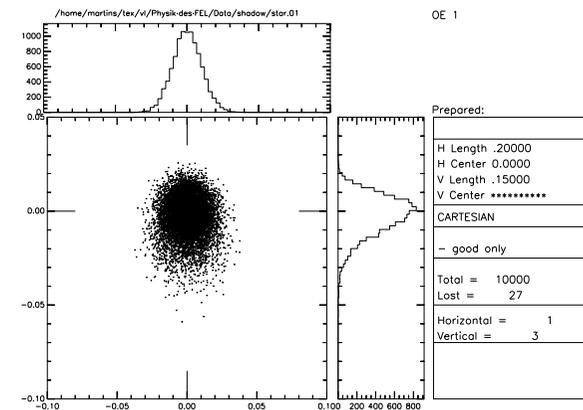
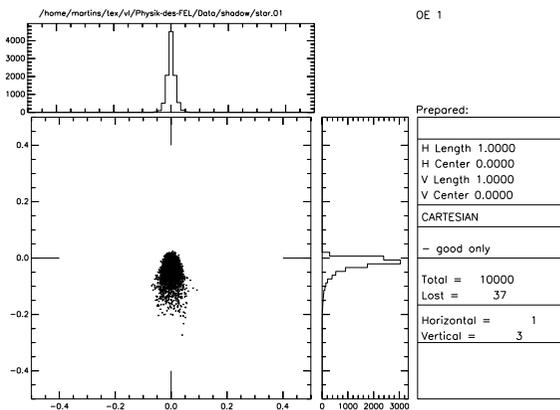
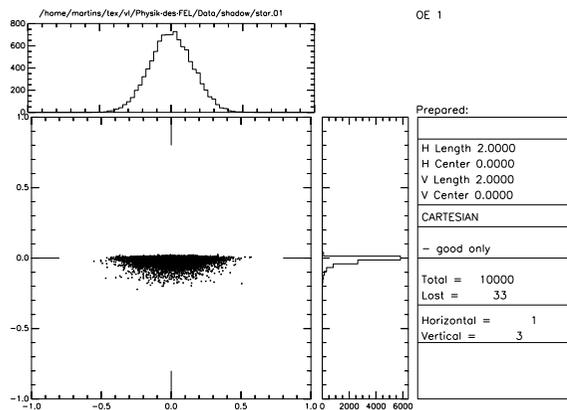
$\vartheta = 85^\circ$  zur Spiegelnormalen,  $r = 10$ ,  $r' = 1$



Sphäre

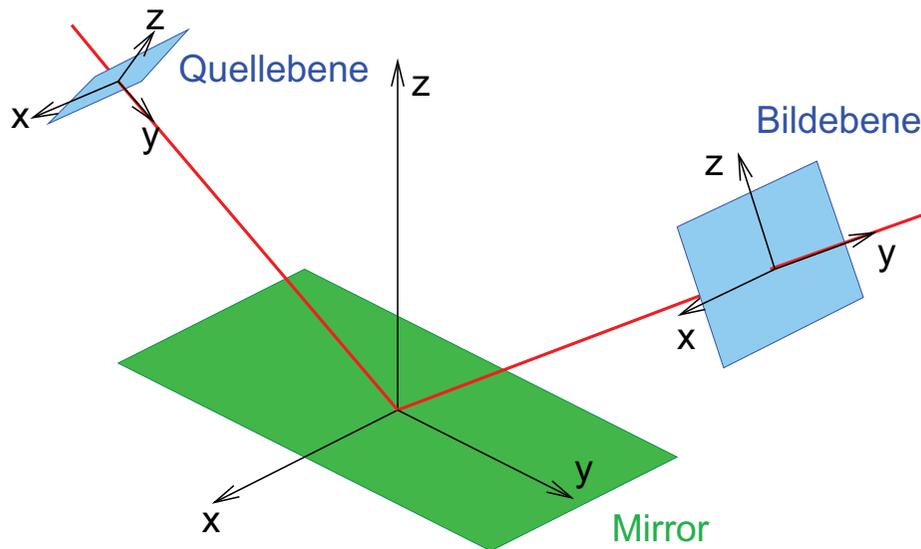
Toroid

Ellipsoid



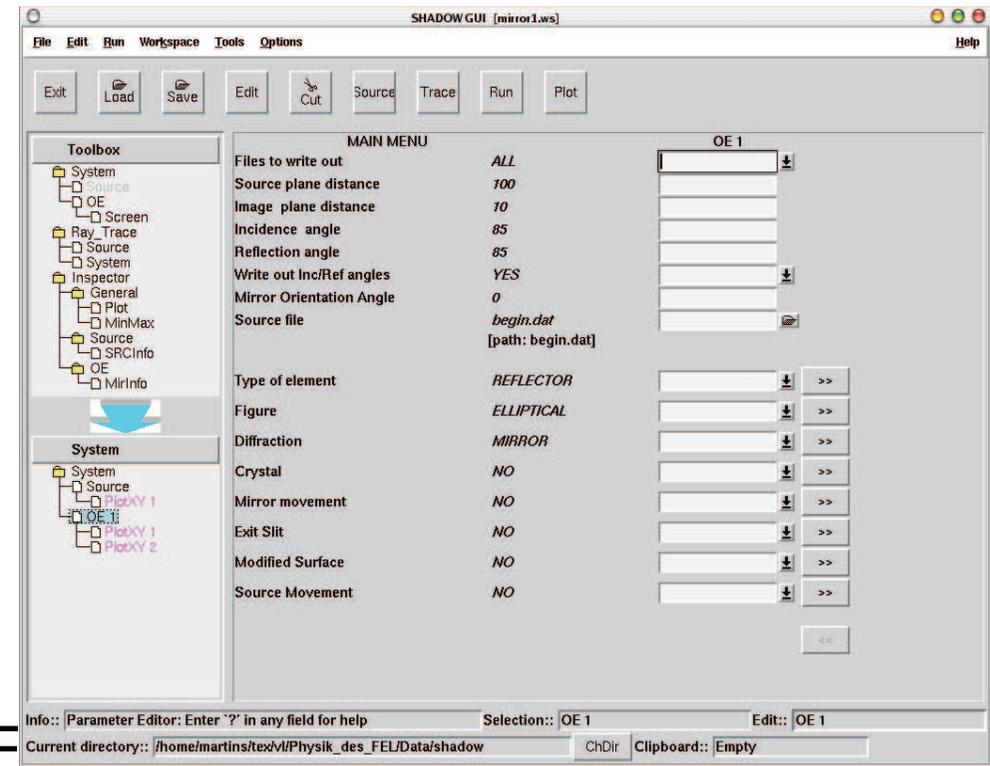
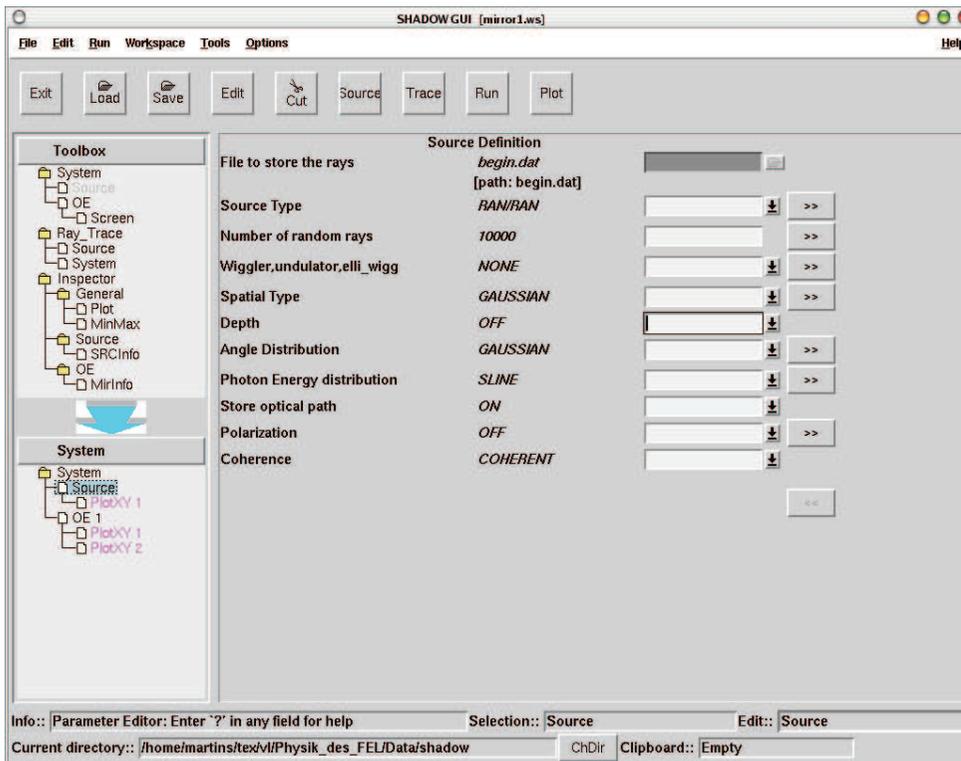
# Ray Tracing

- Prinzip des Ray Tracing beruht auf der geometrischen Optik
- Berechne den Strahlengang von einer Quelle  $S$  bis zu einem Bildpunkt  $F$  für viele unterschiedliche Strahlen



- Strahlen gehen von einer Quellebene ausgehen und treffen auf eine Bildebene.
- Komplizierte Optiken werden berechnet, indem die Bildebene eines optischen Elementes  $k$ , als Quellebene des optischen Elementes  $k + 1$  verwendet wird.

# Ray Tracing – Shadow

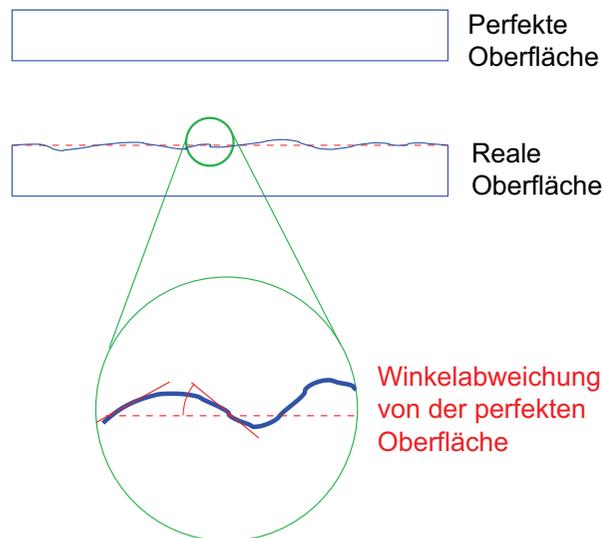


einer Quelle

eines einzelnen Spiegels

# Tangentenfehler

- Was ist die kritische Größe bei der Qualität der optischen Komponenten ?



- Tangentenfehler** (slope error) sind Winkelabweichungen von der perfekten Oberfläche
- Winkelfehler führen zu Fehlern in der Fokussierung und begrenzen die Auflösung von Monochromatoren
- Erreichbare Fehler

Fläche	Fehler (RMS)
Plan, Sphärisch	0.05" - 0.1"
Zylinder	0.3" - 0.5"
Elliptisch	0.5" - 1"

1"  $\equiv$  0.5  $\mu$ m Abweichung auf 100 mm Länge  
0.05" Meßgrenze !

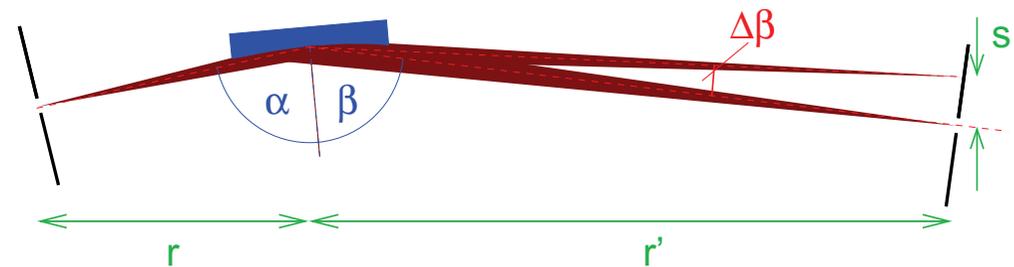
# Tangentenfehler – Beispiel

Gitter:  $k = 1200$  Linien/mm, Beugungsordnung  $N = 1$ ,  
 $\alpha = 86^\circ$ ,  $\beta = -80^\circ$

$$\lambda = \frac{1}{Nk} \cdot (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$E[\text{eV}] \approx \frac{1240}{\lambda[\text{nm}]}$$

$$\Rightarrow E = 112.88542 \text{ eV}$$



# Tangentenfehler – Beispiel

Auflösung ohne slope

$r' = 8 \text{ m}$ , Austrittsspalt  $s = 10 \mu\text{m}$

$$\Delta\lambda = \frac{1}{kN} \cdot \cos\beta \Delta\beta$$

$$\Delta\beta \approx \frac{s}{r'}, \quad \Delta\lambda \approx \frac{1240}{E^2} \Delta E \Rightarrow \Delta E = E'_+ - E'_- = 15 \text{ meV}$$

$$\Rightarrow \Delta E \approx \frac{E^2}{kN} \cdot \frac{s}{r'} \cdot \frac{\cos\beta}{1240} = 2 \text{ meV} \rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx 7500$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx 60000$$

Auflösung mit slope error

Tangentenfehler  $1'' \Rightarrow \beta' = \beta \pm 1''$

$$E'_+ = 112.89287 \text{ eV}$$

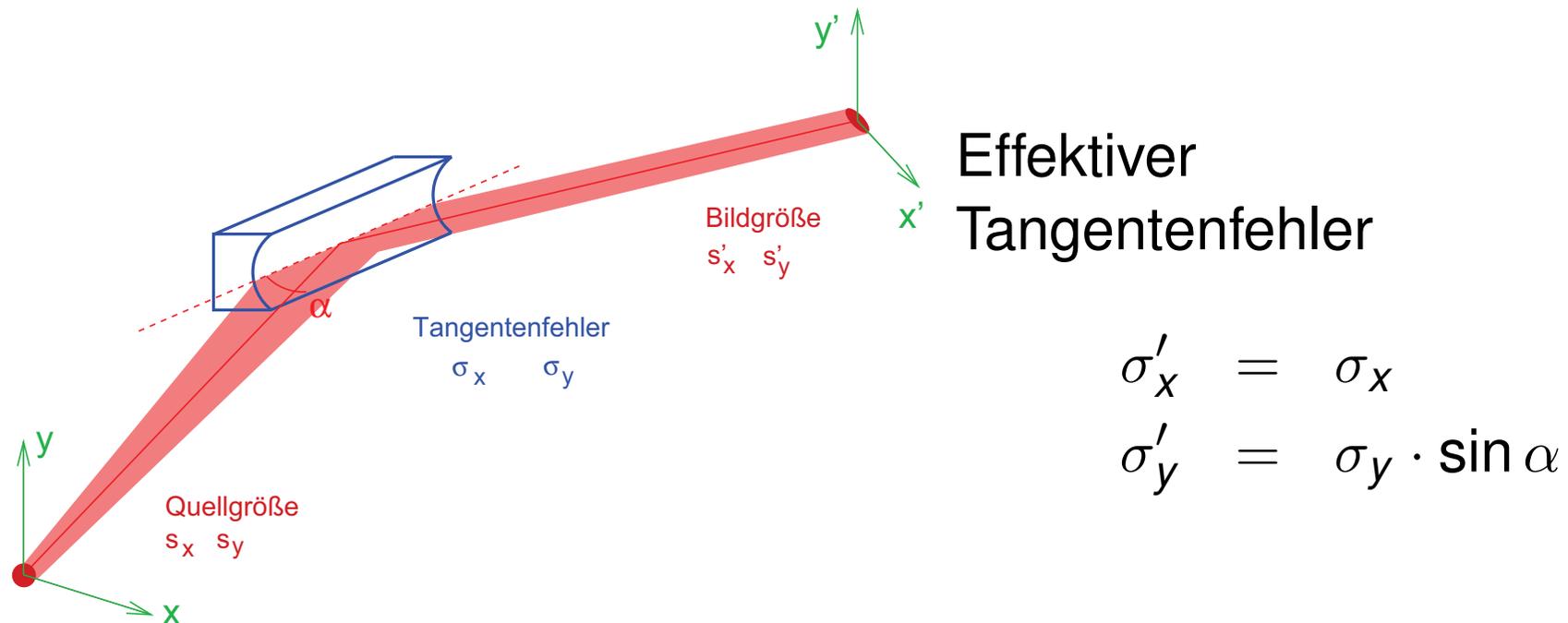
$$E'_- = 112.87797 \text{ eV}$$

$$\Delta E = E'_+ - E'_- = 15 \text{ meV}$$

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 7500$$

# Effektive Tangentenfehler

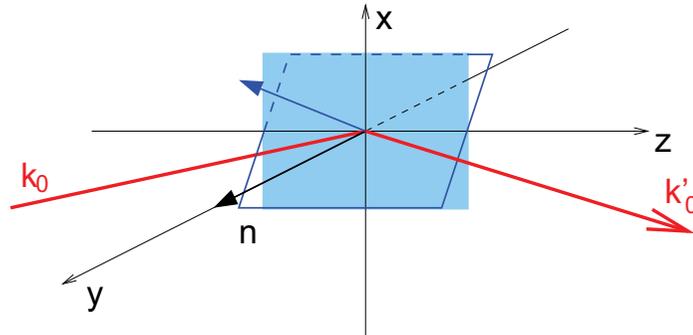
- Bei der sagittalen Fokussierung wirkt nur ein effektiver Tangentenfehler



- Bei der sagittalen Fokussierung spielt der Tangentenfehler eine kleiner Rolle  
 $\alpha = 5^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 0.09$
- $\sin \alpha$  wird auch als *Forgiveness Faktor* bezeichnet

# Forgiveness Faktor

- Einfallender Strahl  $\vec{k}_0$  und Spiegelnormale  $\vec{n}$



$$\vec{k}_0 = (0, k_y, k_z) = k(0, -\sin \theta, \cos \theta)$$

$$\vec{n} = (0, 1, 0)$$

- Reflektierter Strahl

$$\vec{k}'_0 = \vec{k}_0 - 2(\vec{k}_0 \cdot \vec{n})\vec{n}$$

- Tangentenfehler  $\alpha$  entspricht einem gedrehten Spiegel mit der Normalen

$$\vec{n}' = (\sin \alpha, \cos \alpha, 0)$$

⇒

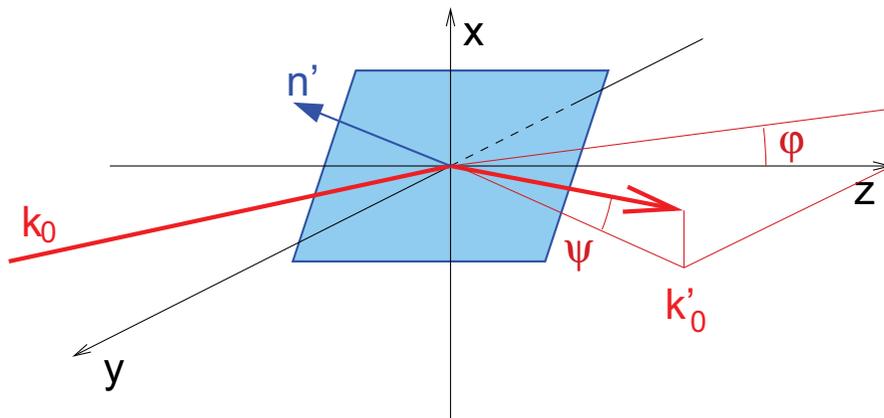
$$\vec{k}'_0 = k \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} - 2 \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \cdot k \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Forgiveness Faktor

⇒

$$\begin{aligned}\vec{k}'_0 &= k \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} - 2(-\sin \theta \cos \alpha) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= k \begin{pmatrix} \sin \theta \sin 2\alpha \\ \sin \theta \cos 2\alpha \\ \cos \theta \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- Die Projektion des reflektierten Strahls auf die xz-Ebene schließt mit der z-Achse einen Winkel  $\varphi$  ein



$$\begin{aligned}\tan \varphi &= \frac{k'_x}{k'_z} = \frac{\sin \theta \sin 2\alpha}{\cos \theta} \\ &= \tan \theta \cdot \sin 2\alpha\end{aligned}$$

# Forgiveness Faktor

- Ablenkwinkel aus der yz-Ebene heraus  $\psi$  – Wirkung des Tangentenfehlers

$$\sin \psi = \frac{k_x}{k} = \frac{k \sin \theta \sin 2\alpha}{k} = \sin \theta \cdot \sin 2\alpha$$

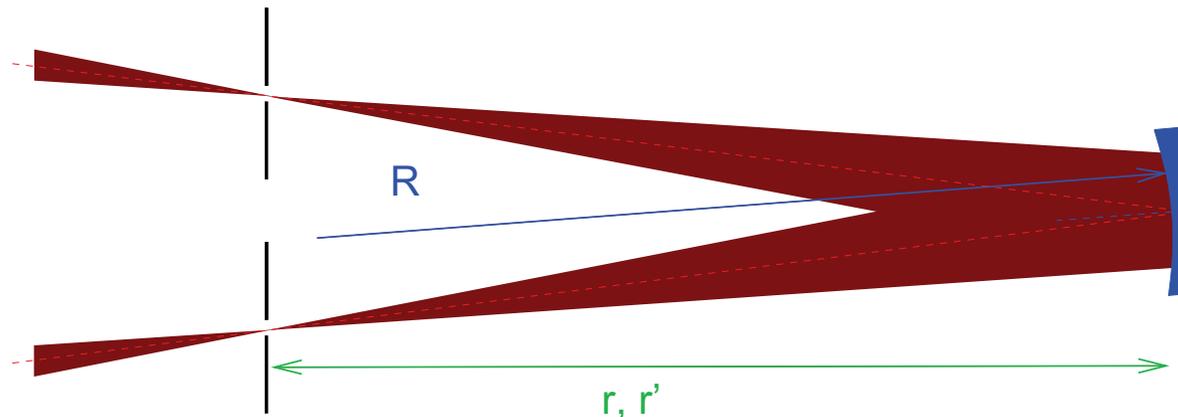
Die Wirkung des Tangentenfehlers wird somit um den Faktor  $\sin \theta$  verkleinert.

# EUV Monochromatoren

- Synchrotron- und Wigglerstrahlung ist kontinuierlich
- Undulator- und FEL Strahlung hat Spektral auch noch eine relativ große Bandbreite  $E/\Delta E = N$
- Strahlung muß monochromatisiert werden
  - 5 - 30 eV      Normal incidence Monochromatoren (NIM)
  - 10 eV - 2 keV      Gitter Monochromatoren (SGM, PGM)
  - > 2 keV      Kristallmonochromatoren
- Es gibt keine dispersiven Medien  $\Rightarrow$  Verwendung von Reflektionsgittern

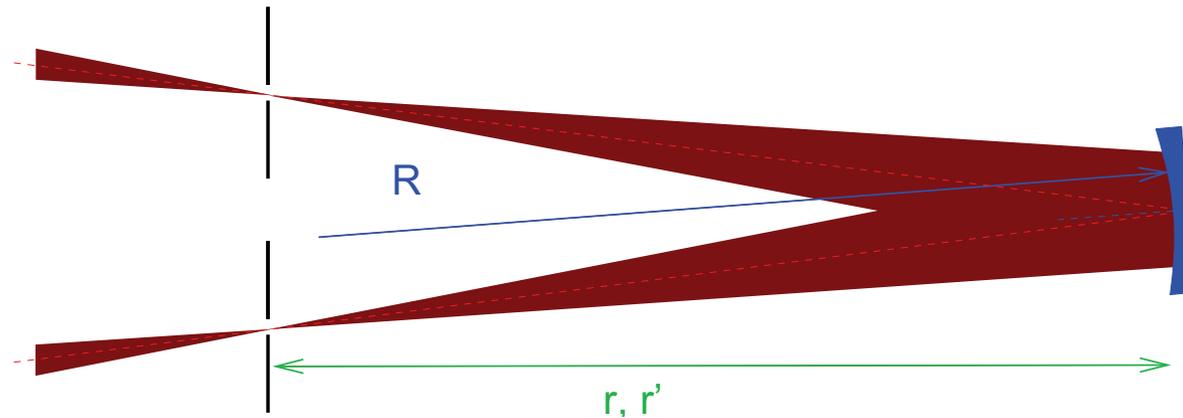
# Normal Incidence Monochromatoren (NIM)

- Sinnvoll im Energiebereich bis ca. 35 eV
- Vorteil: Sehr einfacher Aufbau mit einem sphärischen Gitter, das Quelle (Eintrittsspalt) auf den Austrittsspalt abbildet



- Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, für eine optimale Performance des NIM ?  
Idealerweise  $F_{ijk} = 0$  für alle  $\alpha, \beta, r, r'$
- Lässt sich leider nicht realisieren

# Normal Incidence Monochromatoren (NIM)



- Es muß  $F_{200}$  minimiert werden. Für ein sphärisches Gitter gilt

$$F_{200} = \left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left( \frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right)$$

- NIM:  $r = r'$

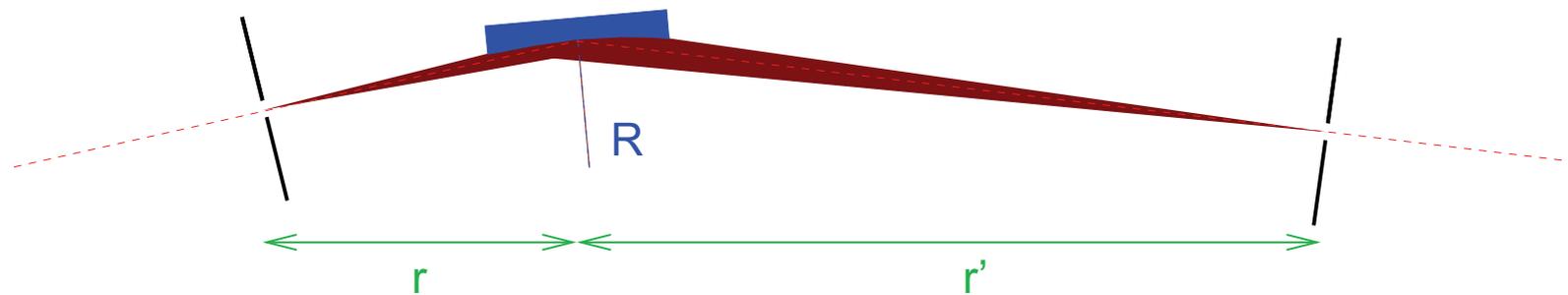
$$\Rightarrow r = \frac{1}{R} \cdot \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}$$

$$NK\lambda = \sin \alpha + \sin \beta$$

- Für einen optimalen Fokus müssen also  $r$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  variiert werden.

# Grazing Incidence Monochromatoren

- Im wesentlichen zwei Typen
  - Sphärischer Gitter Monochromator (SGM)
  - Plan-Gitter Monochromator (PGM)
- Einfacher SGM ist der “Dragon” Monochromator



Aufbau ähnlich dem NIM, aber streifender Einfall

- Um zu fokussieren ( $F_{200} = 0$ ) müssen  $r$  oder  $r'$  verändert werden
- ⇒ Komplizierter Aufbau, der adaptive Spiegel vor oder hinter dem Monochromator erforderlich macht.
- Coma Term  $F_{300}$  verschwindet nicht für jede Wellenlänge  $\lambda$
  - Typische Parameter  
 $R = 10 - 50 \text{ m}$ ,  $r = 1 - 3 \text{ m}$ ,  $r' = 5 - 10 \text{ m}$

# Rowland Bedingung

- Abberationen von sphärischen Optiken

$$F_{020} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{R}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$F_{200} = \left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left( \frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \quad \text{Defokussierung}$$

$$F_{300} = \left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) \frac{\sin \alpha}{r} + \left( \frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \frac{\sin \beta}{r'} \quad \text{Cor}$$

enthalten jeweils

$$\left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right).$$

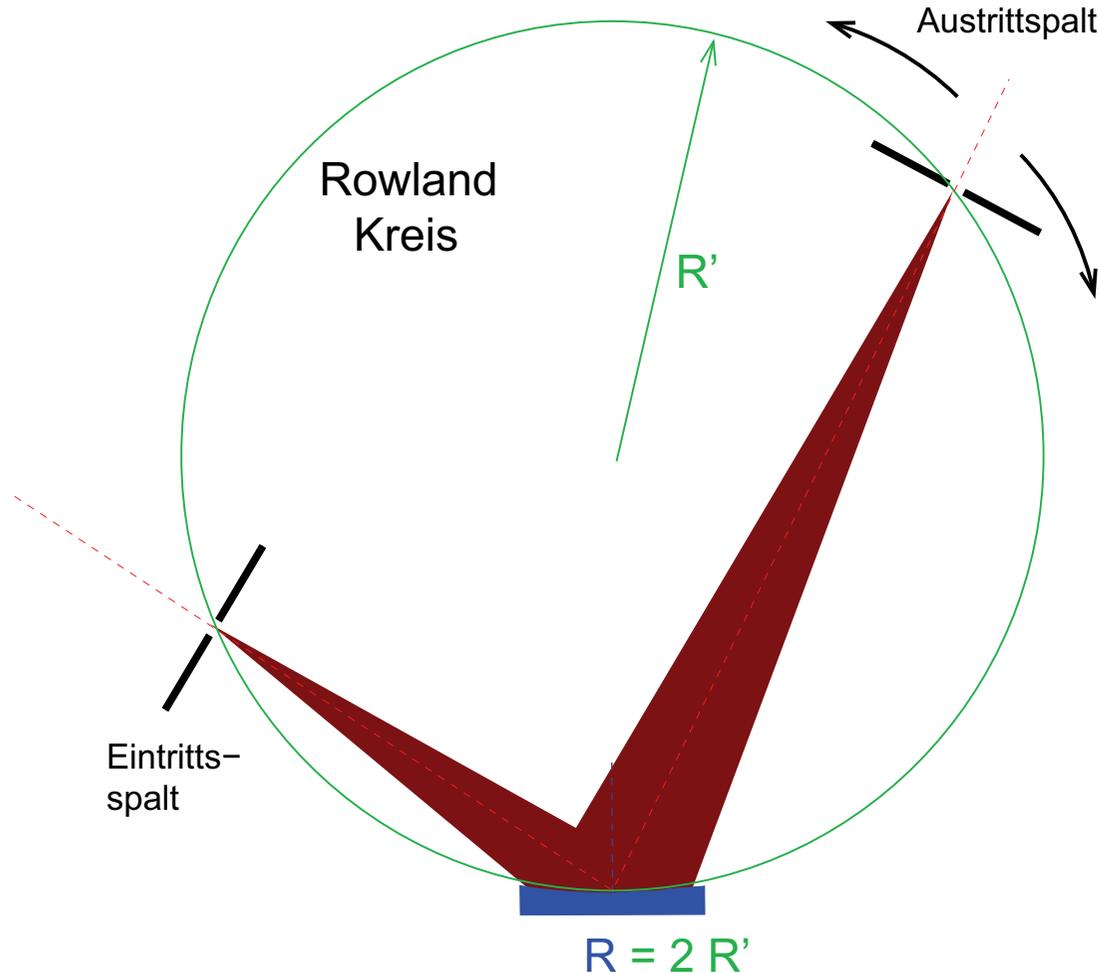
- Wähle

$$r = R \cos \alpha \text{ und } r' = R \cos \beta \Rightarrow F_{200} = 0 \text{ und } F_{300} = 0$$

- Sowohl der Defokussierungsterm als auch der Coma Term verschwinden

# Rowland Kreis Monochromator

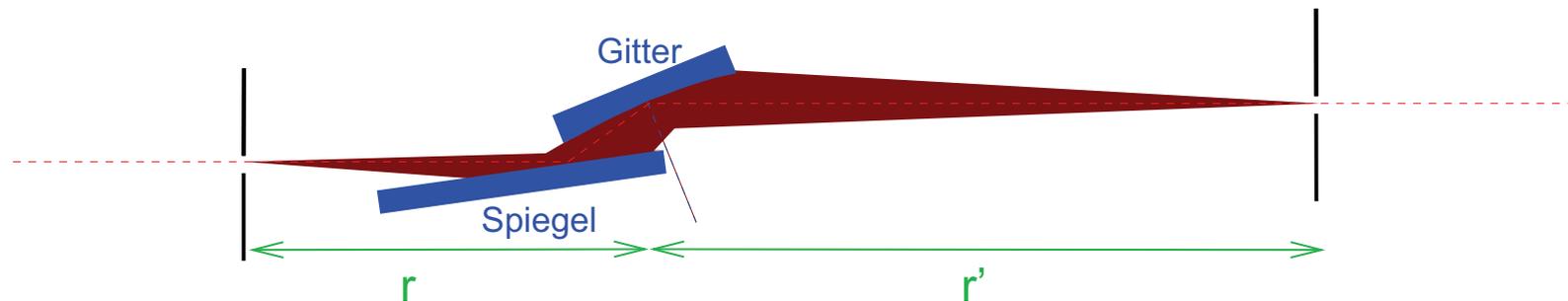
Aufbau eines solchen Monochromators:



- Bewegung des Austrittsspalt auf dem Rowlandkreis
- Schwer zu realisieren bei einem Monochromator an einem Speicherring
- Kleinere Monochromatoren werden zur Spektroskopie eingesetzt  
 $R'$  kann bis zu 0.5-1 m groß werden.

# Fix Fokus SGM (FSGM)

- Wie kann das Problem umgangen werden, dass  $r, r'$  variieren müssen ?
- Verwende einen zweiten Spiegel, um einen beliebigen Einfallswinkel  $\alpha$  am Gitter zu realisieren.
- Spiegel muß so gedreht werden, daß der Strahl immer auf die gleiche Stelle des Gitter trifft.



- Zur Minimierung des Coma Terms  $F_{300}$  kann jetzt noch zusätzlich die gesamte Spiegel-Gitter Kombination verschoben werden, so daß  $r$  und  $r'$  angepaßt werden können, wobei  $r + r' = const$  ist.

**Mechanisch sehr aufwendig !**

# Plan-Gitter Monochromatoren (PGM)

- Auch ein planes Gitter besitzt fokussierenden Eigenschaften

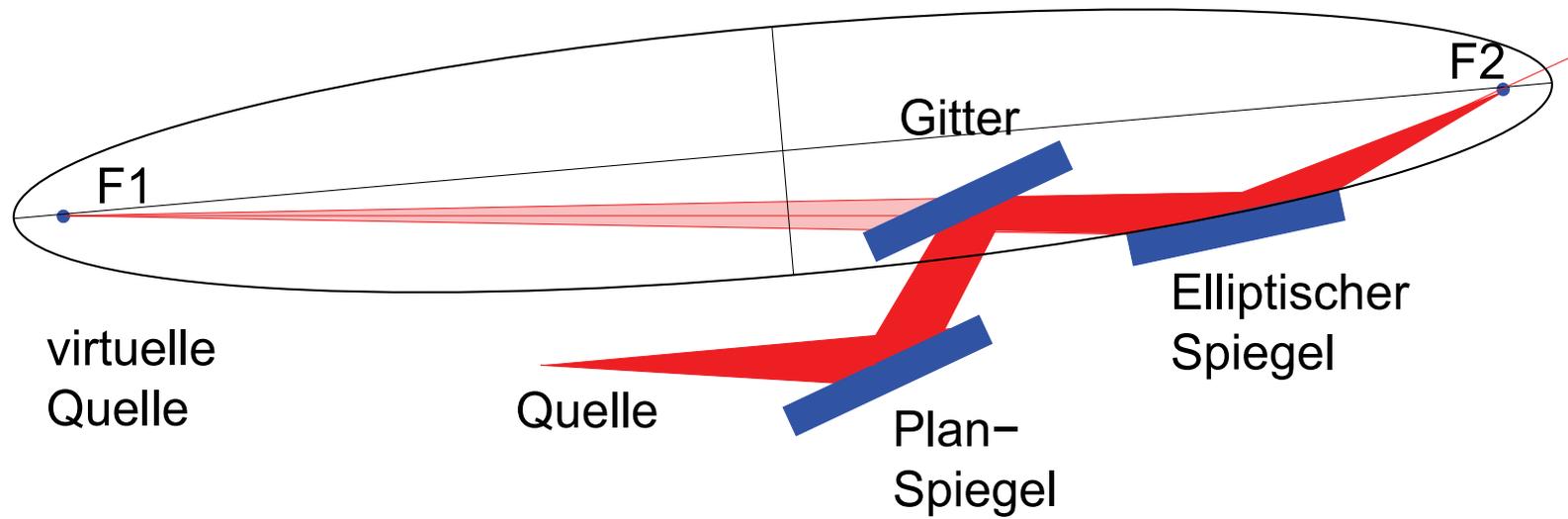
$$\begin{aligned}
 F_{200} &= \left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left( \frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \\
 &= \frac{\cos^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \beta}{r'} \text{ mit } R \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

- $F_{200}$  verschwindet, wenn [H. Petersen, Opt. Commun. **40**, 402 (1982)]

$$\frac{r'}{r} = - \left( \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 = -c_{ff}^2 = \text{const.}$$

- SX700 Design (Petersen Monochromator) realisiert diese Bedingung

# Plan-Gitter Monochromatoren (PGM)



# Plan-Gitter Monochromatoren (PGM)

- Auch ein planes Gitter besitzt fokussierenden Eigenschaften

$$\begin{aligned}
 F_{200} &= \left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left( \frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \\
 &= \frac{\cos^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \beta}{r'} \text{ mit } R \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

- $F_{200}$  verschwindet, wenn [H. Petersen, Opt. Commun. **40**, 402 (1982)]

$$\frac{r'}{r} = - \left( \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 = -c_{ff}^2 = \text{const.}$$

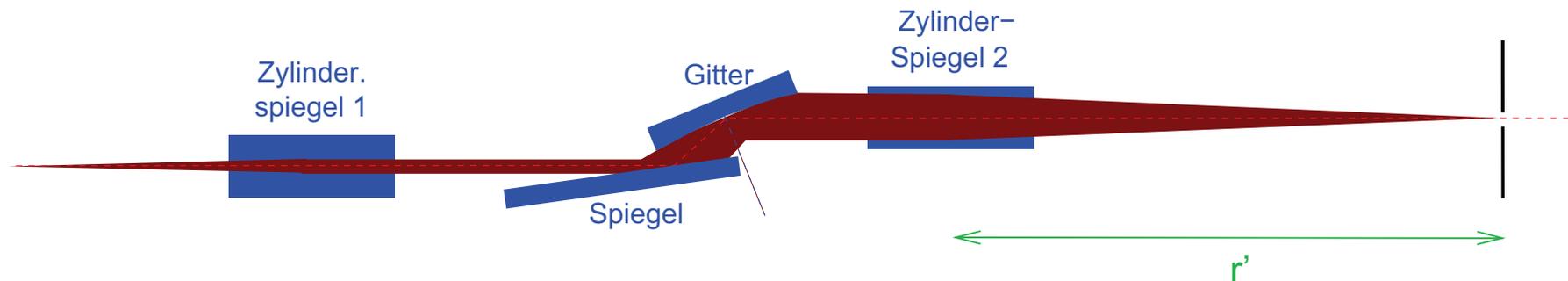
- SX700 Design (Petersen Monochromator) realisiert dies
- Realisierung mit einem elliptischen Spiegel  
Monochromator benötigt keinen Eintrittsspalt

- **Problem !**

Elliptische Spiegel lassen sich nicht mit so guter optischer Qualität herstellen, wie plane und sphärische Optiken

## PGM

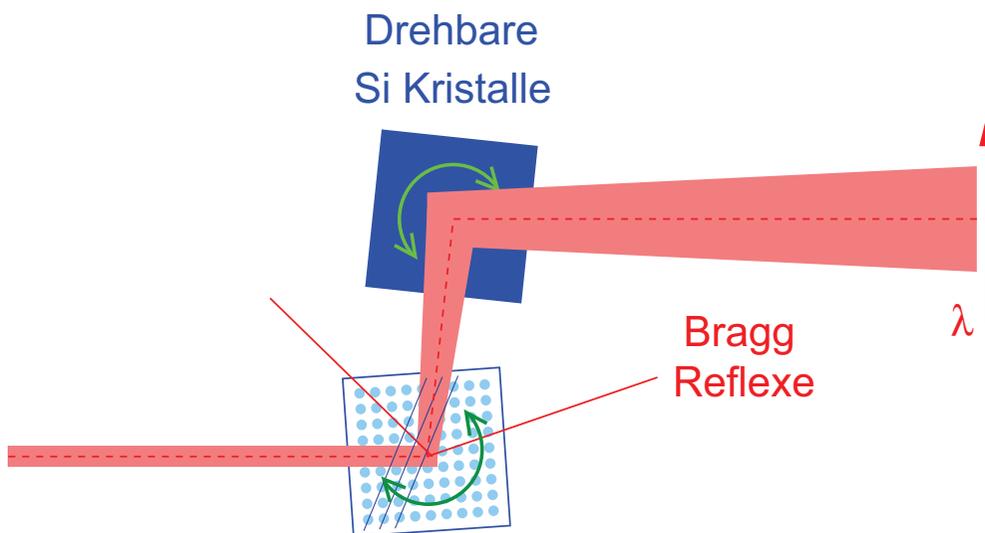
- Ellipsoid verringert die erreichbare Auflösung deutlich
- Neues Design mit kollimiertem Licht  
R. Follath und F. Senf, Nucl. Instrum. Methods **A390**, 388 (1997)



- Ausnutzen der sagittalen Fokussieren mit zwei Zylinderspiegeln
- Zylinderspiegel 1 parallelisiert das Licht in der Dispersionrichtung  
 $r \rightarrow \infty$
- Zylinderspiegel 2 fokussiert sagittal auf den Austrittsspalt
- $c_{ff}$  kann frei variiert werden
- Höhere Auflösung kann erreicht werden, da bei großem  $c_{ff}$  die effektive Quelle verkleinert wird, und die Dispersion vergrößert wird

# Kristallmonochromatoren

- Für Photonenenergien  $> 2 \text{ keV}$  läßt die Effizienz von Gittermonochromatoren sehr schnell nach.
- Photonenenergie  $\hbar\omega = 2 \text{ keV} \equiv 6.2 \text{ \AA}$  Wellenlänge
- Wellenlänge kommt in die Größenordnung der Gitterabstände im Kristall !
- Guter Einkristall (z.B. Si) besitzt ein quasi perfektes Gitter, an dem Beugung und damit dann die Monochromatisierung stattfindet



- Bei Doppel-Kristall-Monochromatoren (DCM) werden zwei Kristall hintereinander geschaltet
- Höhere Auflösung und Strahl hat nach dem DCM wieder die gleiche Richtung