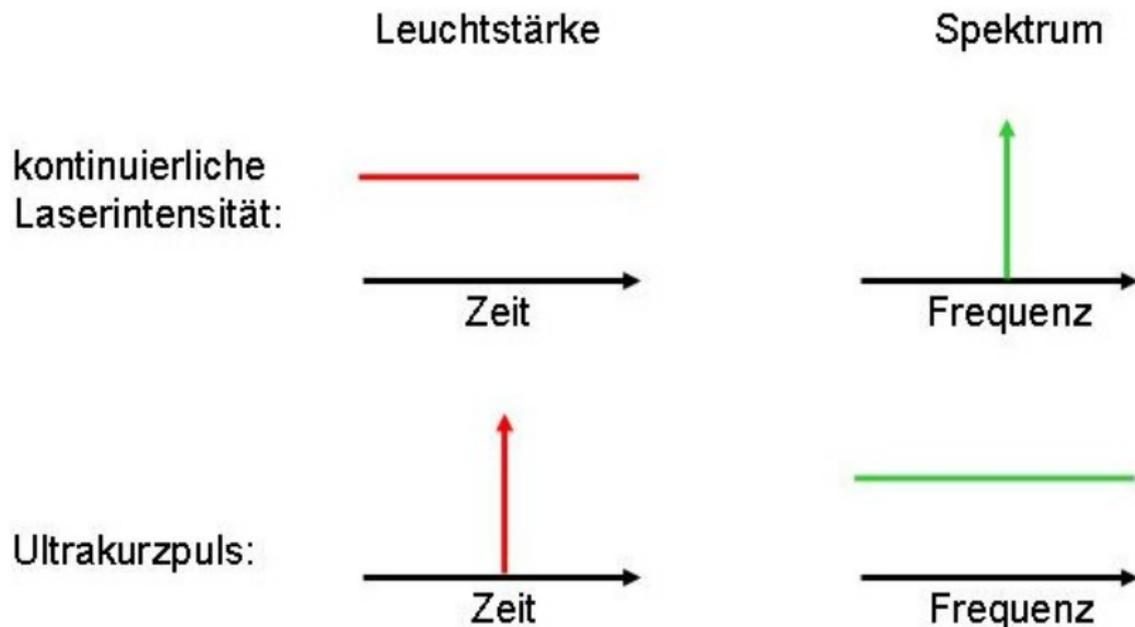


# Grundlagen

- Vorlesung basiert auf Material von Prof. Rick Trebino (Georgia Institute of Technology, School of Physics)  
<http://www.physics.gatech.edu/gcuo/lectures/index.html>
- Interaktive Plattform "Femto-Welt" entwickelt am Lehrstuhl für Experimentelle Physik I der Universität Würzburg (AG Prof. Gerber)  
<http://www.physik.uni-wuerzburg.de/femto-welt>
- Inhalt
  - Erzeugung ultrakurzer Lichtpulse
  - Bedeutung der spektralen Bandbreite
  - Lasermoden und Modenkopplung

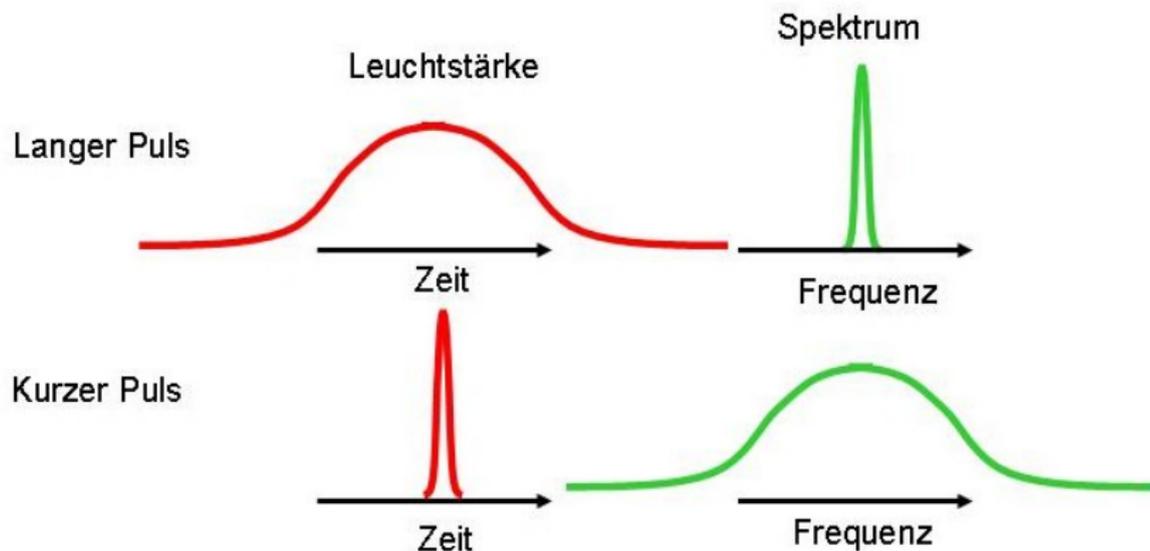
# Spektrale Bandbreite

- Vergleich kontinuierliches Lichtfeld und ultrakurzer Lichtpuls
- Eine Konstante und die Deltafunktion sind ein Paar der Fourier-Transformation



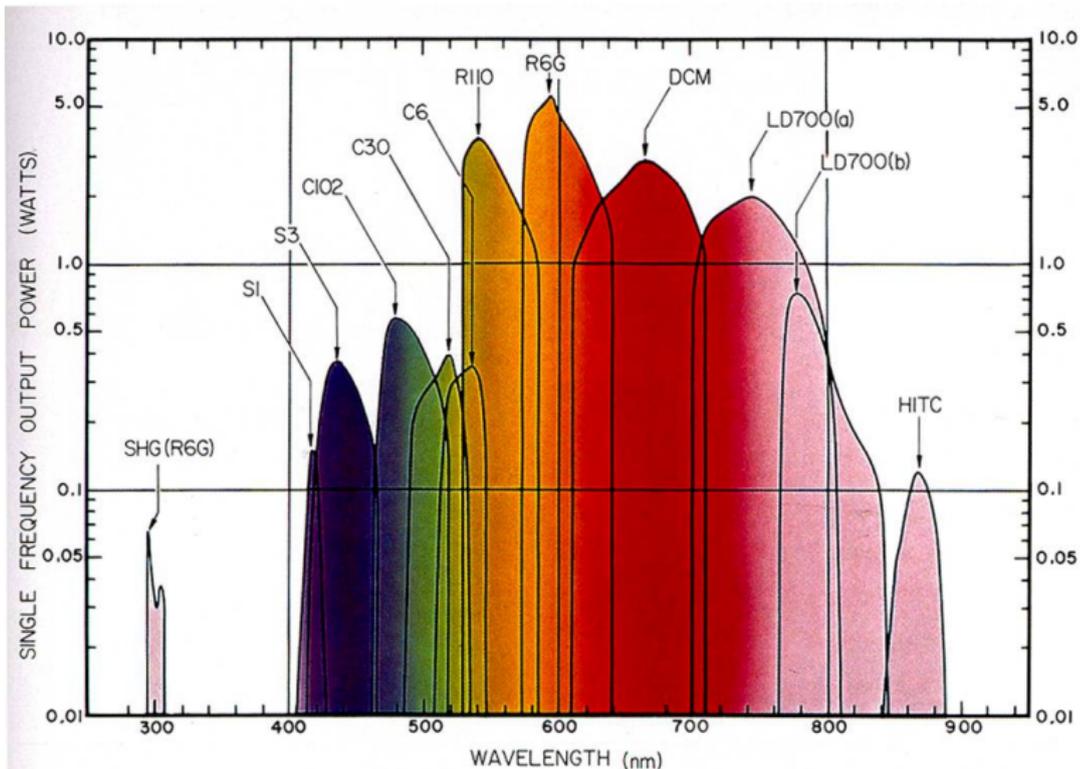
# Spektrale Bandbreite

- Vergleich kurzer Puls und langer Puls
- Die Unschärferelation besagt, dass das Produkt aus zeitlicher Pulsdauer und spektraler Bandbreite größer 1 sein muss



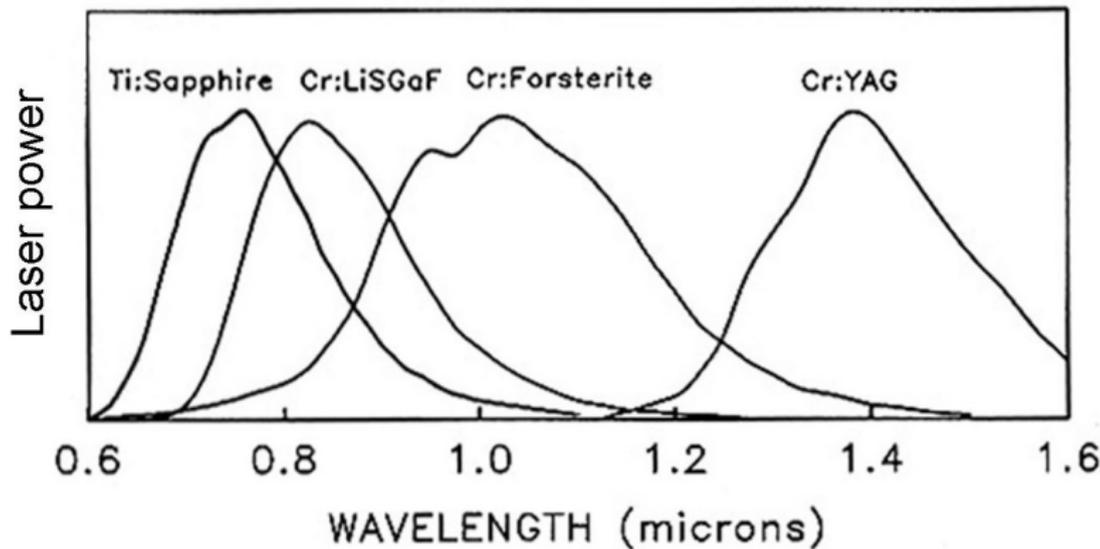
# Spektrale Bandbreite

- Farbstoffe waren viele Jahre Standard in der Kurzpulserzeugung



# Spektrale Bandbreite

- Mittlerweile haben Festkörperlaser-Materialien aufgrund ihrer großen spektralen Bandbreite die Farbstofflaser in den meisten Laboratorien ersetzt.

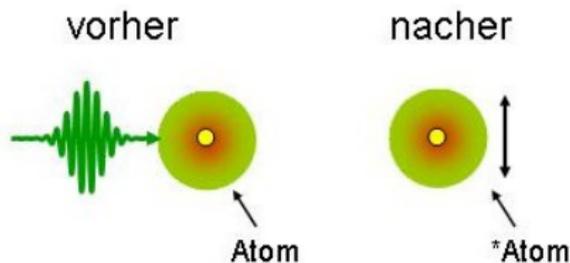


# Spektrale Bandbreite

- ...aber eine Glühbirne ist auch breitbandig!
- Frage: Was ist notwendig, um ultrakurze Lichtpulse zu erzeugen?
- Antwort: Ein Moden-gekoppelter Laser
- Was ist ein Laser, was sind Moden und was bedeutet es, sie zu koppeln?

# Absorption, spontane und stimulierte Emission

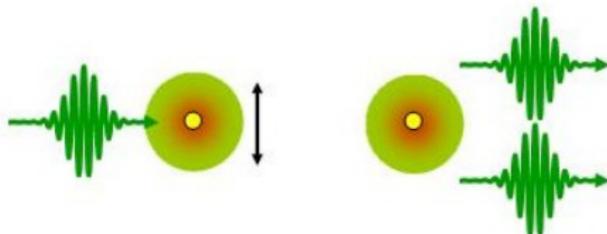
## Absorption



## Spontane Emission

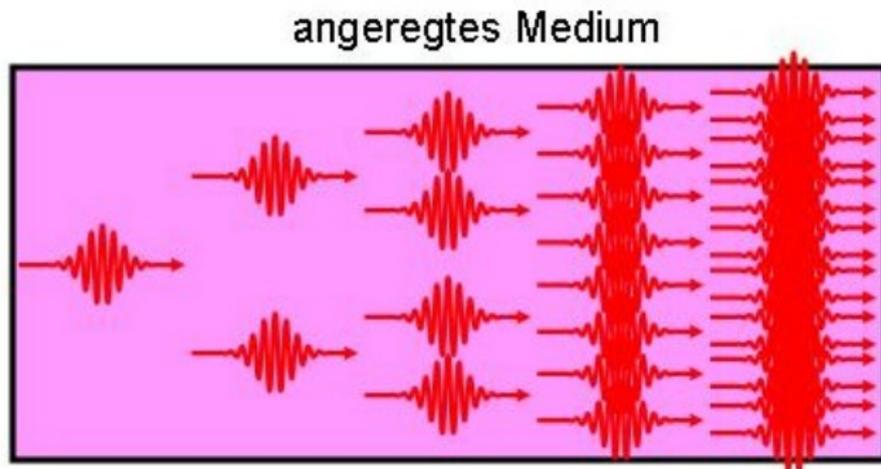


## Stimulierte Emission



# Verstärkung

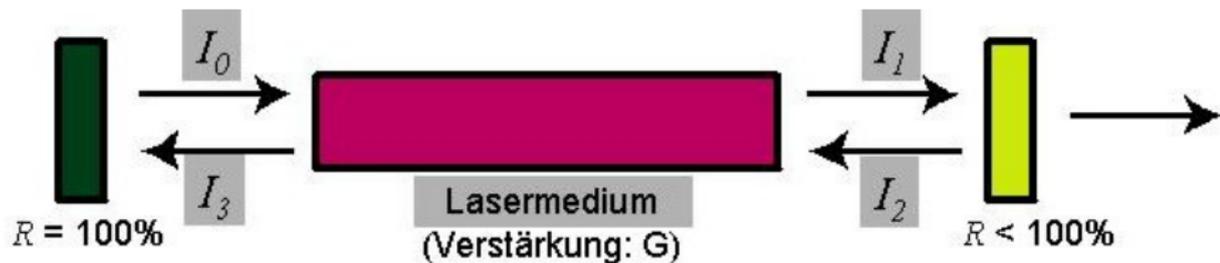
- Stimulierte Emission führt zu einer Kettenreaktion bzw. Laser-Emission  
(...aus einem Photon werden viele...)



- *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*  
Verstärkung  $G$  ist das Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangspulsenergie

# Laser

- Im Lasermedium wird Energie gespeichert und über einen nur teilweise reflektierenden Spiegel des Resonators in Form von Licht abgegeben

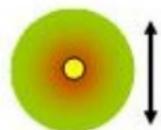
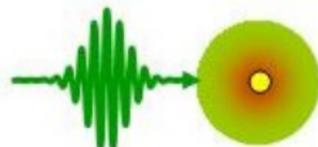


- Ein Laser verstärkt, wenn die Lichtintensität innerhalb eines Umlaufs (*round-trip time*) zunimmt ( $I_3 > I_0$ ). Die Verstärkung ist dann größer als die Verluste durch Absorption, Streuung und Reflektion  
→ Schwellenwertbedingung

# Berechnung der Verstärkung – Einstein Koeffizienten

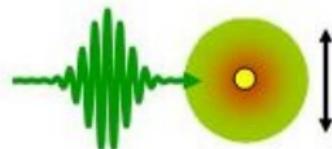
- 1916 betrachtete Einstein die unterschiedlichen Übergangsraten in einem 2-Niveau System unter dem Einfluss eines Lichtfeldes der Intensität  $I$

$$\text{Absorptionsrate} = B N_1 I \rightarrow$$



$$\leftarrow \text{spontane Emissionsrate} = A N_2$$

$$\text{stimulierte Emissionsrate} = B N_2 I \rightarrow$$



# Berechnung der Verstärkung – Einstein Koeffizienten

unter Vernachlässigung der spontanen Emission ergibt sich :

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} &= v_g \frac{dI}{dz} \propto B N_2 I - B N_1 I \quad [\text{stimulierte Emission minus Absorption}] \\ &\propto B [N_2 - N_1] I \end{aligned}$$

Lösung:

$$I(z) = I(0) \exp \left\{ \sigma [N_2 - N_1] z \right\}$$

Proportionalitätskonstante:  
Absorptions oder  
Verstärkungswirkungsquerschnitt

Es kann exponentielle Verstärkung oder Verlust der Intensität geben. Normalerweise ist  $N_2 < N_1$  (Absorption). Aber falls  $N_2 > N_1$ , gibt es Verstärkung:

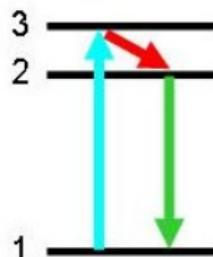
$$G \equiv \exp \left\{ \sigma [N_2 - N_1] z \right\}$$

# Inversion

- Wie erreicht man die Schwellenwertbedingung ( $G > 1$ ):
  - stimulierte Emission wird wahrscheinlicher als Absorption
  - $BN_2I > BN_1I$
  - $N_2 > N_1$  (Inversion)
- Man muss eine Menge Energie deponieren und das richtige Medium auswählen
- Man kann zeigen, dass es unmöglich ist, Inversion in einem 2-Niveau System zu erzielen.

# Inversion in einem 3-Niveau System

Annahme: wir pumpen Energie in Zustand 3, welcher sehr schnell in Zustand 2 zerfällt.



$$\frac{dN_2}{dt} = BIN_1 - AN_2$$

spontane Emission

$$\frac{dN_1}{dt} = -BIN_1 + AN_2$$

Absorption

Gesamtzahl der Atome  $N$ :

$$N \equiv N_1 + N_2$$

$$\Delta N \equiv N_1 - N_2$$

Zustand 3 zerfällt schnell daher ist  $N_3=0$ .

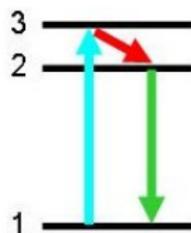
$$\frac{d\Delta N}{dt} = -2BIN_1 + 2AN_2$$

$$2N_2 = N - \Delta N$$

$$2N_1 = N + \Delta N$$

$$\Rightarrow \frac{d\Delta N}{dt} = -BIN - BI\Delta N + AN - A\Delta N$$

# Inversion in einem 3-Niveau System



$$\frac{d\Delta N}{dt} = -BIN - BI\Delta N + AN - A\Delta N$$

thermisches Gleichgewicht:  $0 = -BIN - BI\Delta N + AN - A\Delta N$

$$\Rightarrow (A + BI)\Delta N = (A - BI)N$$

$$\Rightarrow \Delta N = N(A - BI)/(A + BI)$$

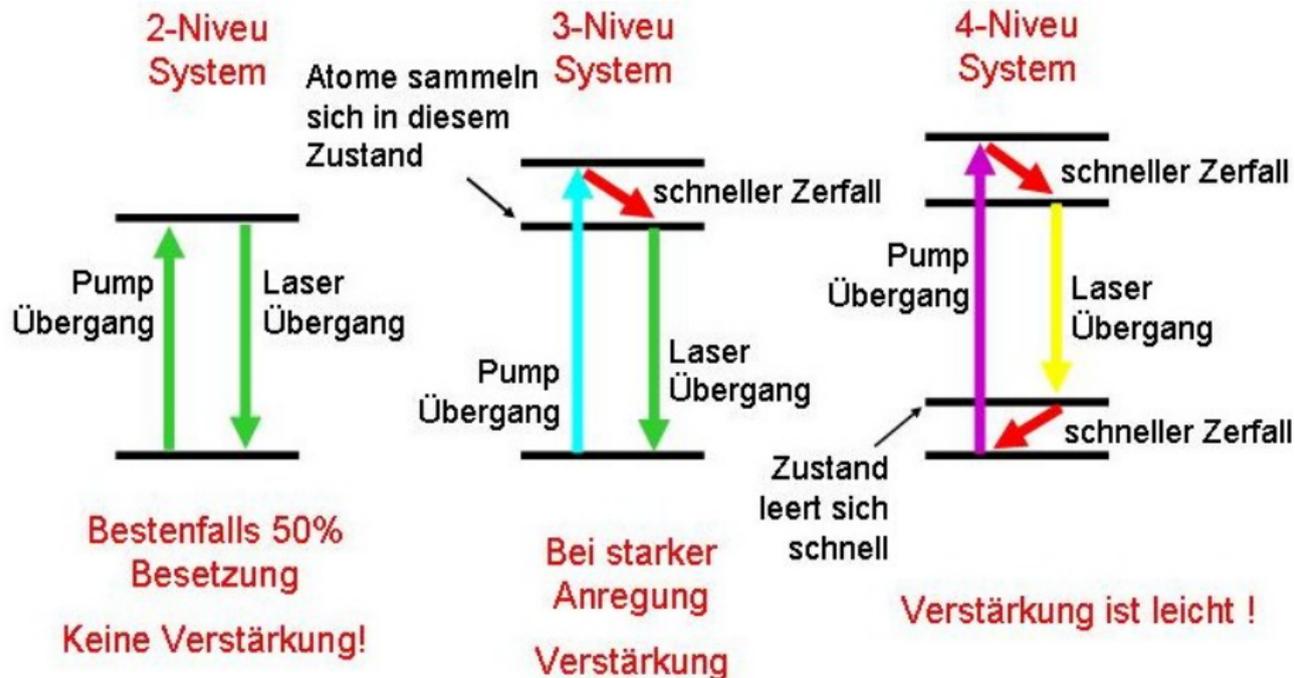
$$\Rightarrow \Delta N = N \frac{1 - I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat}} \quad \text{mit: } I_{sat} = A/B$$

$I_{sat}$  ist die Sättigungsintensität.

Für  $I > I_{sat}$  wird  $\Delta N$  negativ!

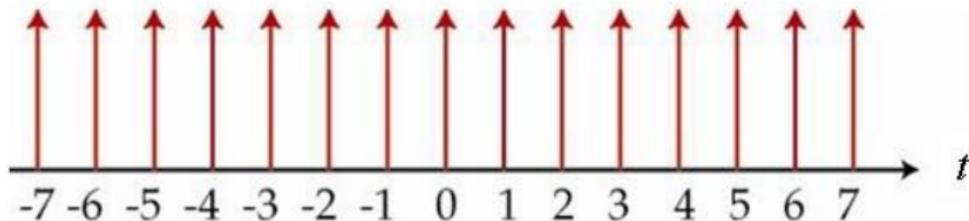
- Man kann zeigen: in einem 4-Niveau System ist **IMMER**  $\Delta N \leq 0!$

# Zusammenfassung 2-, 3- und 4-Niveausystem



# Lasermoden – Shah-Funktion

- Die Shah-Funktion,  $III(t)$ , ist ein unendlich langer Pulszug von Delta-Funktionen gleichen Abstands



$$III(t) \equiv \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t-m)$$

## Fourier-Transformierte der Shah-Funktion

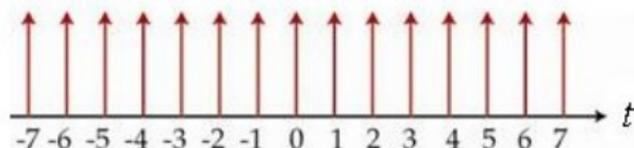
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t-m) \exp(-i\omega t) dt$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-m) \exp(-i\omega t) dt$$

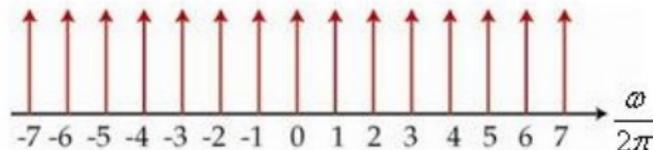
$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega m)$$

Für  $\omega = 2n\pi$ , mit ganzer Zahl  $n$  ist jeder Term  $\exp(-2mn\pi i) = 1$ , und die Summe divergiert;  
für alle anderen  $\omega$  ist die Summe Null

III(t)



F {III(t)}



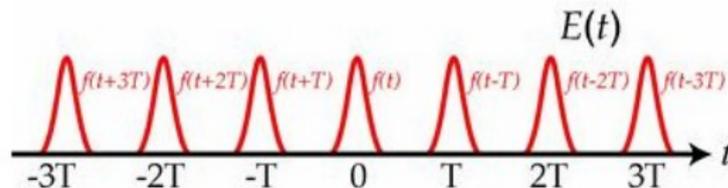
$$F \{III(t)\} \propto III(\omega/2\pi)$$

# Fourier-Transformierte eines unendlichen Pulszuges

Unendlicher Pulszug identischer Pulse  $f(t)$  im Abstand  $T$ :

$$E(t) = \text{III}(t/T) * f(t)$$

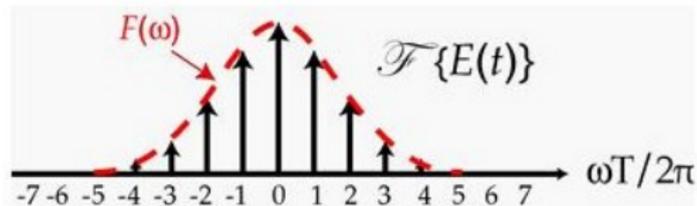
Faltung



Die Fourier-Transformierte einer Faltung ist das Produkt der einzelnen Fourier-Transformierten:

$$\tilde{E}(\omega) \propto$$

$$\text{III}(\omega T / 2\pi) F(\omega)$$



Erzeugung eines Pulszuges indem ein einzelner Puls im Resonator hin und her reflektiert wird. Man nennt  $T$  die Round trip Zeit. Der Abstand zwischen den Frequenzen - **Lasermoden** - ist  $\delta\omega = 2\pi/T$  or  $\delta\nu = 1/T$ .

# Vergleich Moden-gekoppeltes und nicht Moden-gekoppeltes Licht

Moden-gekoppelter Pulszug:

$$\begin{aligned}\tilde{E}(\omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} F(\omega) \delta(\omega - 2\pi m/T) \\ &= F(\omega) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi m/T) = F(\omega) \text{III}(\omega T / 2\pi)\end{aligned}$$

Pulszug  
kurzer Pulse

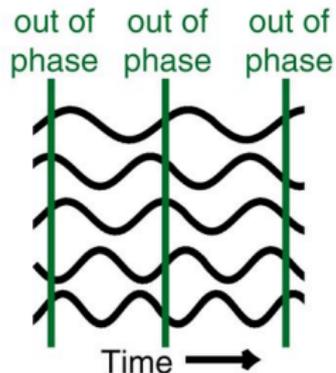
Nicht-Moden-gekoppelter Pulszug:

$$\begin{aligned}\tilde{E}(\omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i\varphi_m) \delta(\omega - 2\pi m/T) \\ &= F(\omega) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(i\varphi_m) \delta(\omega - 2\pi m/T) \quad \dots \text{ein Desaster...}\end{aligned}$$

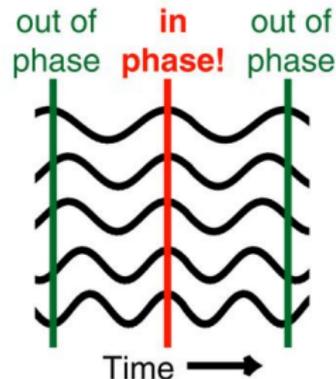
zufällige Phase jeder Mode

## Erzeugung ultrakurzer Pulse durch Modenkopplung

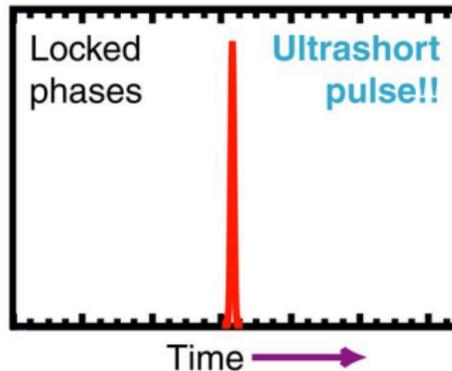
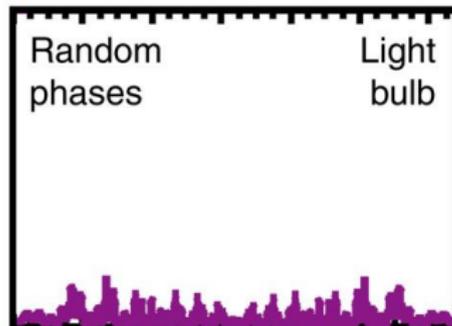
**Random**  
phases  
of all  
laser  
modes



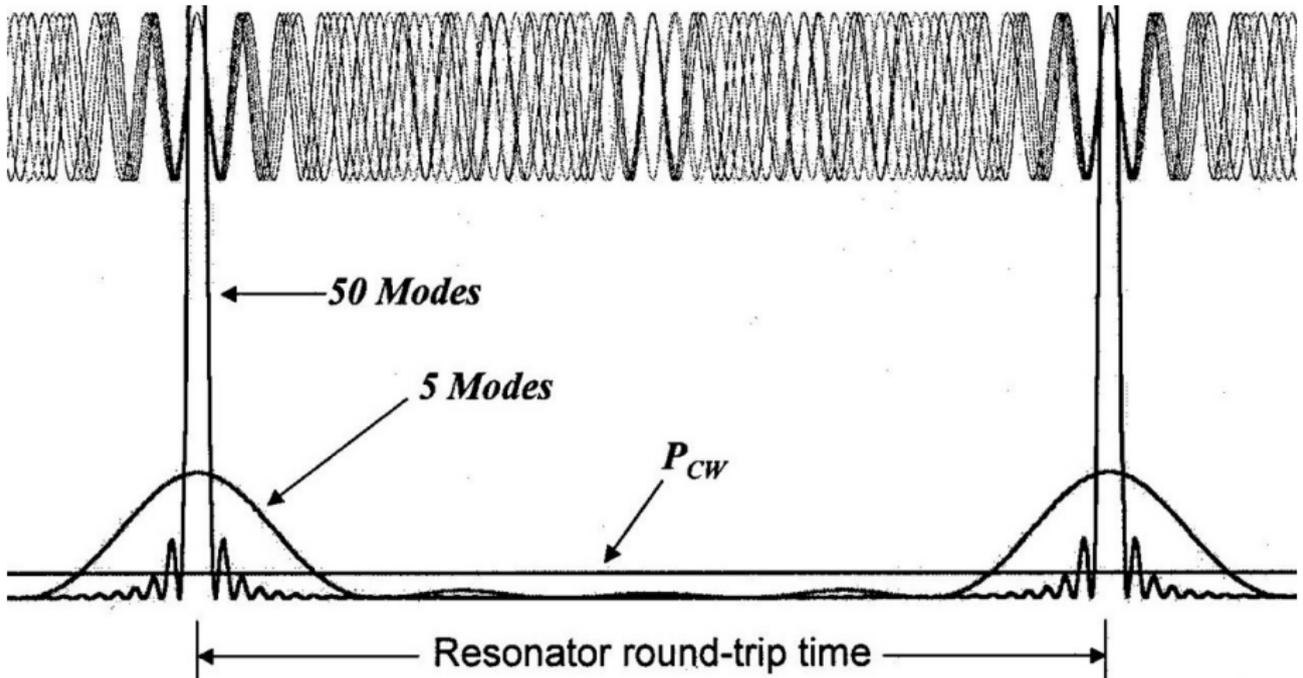
**Locked**  
phases  
of all  
laser  
modes



Irradiance vs. time

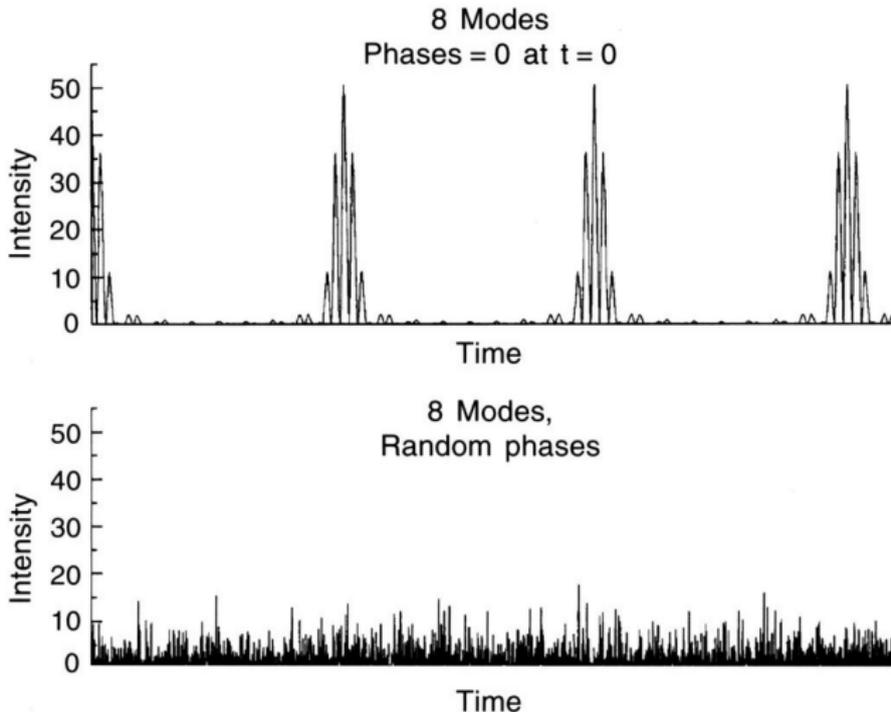


# Numerische Simulation der Modenkopplung



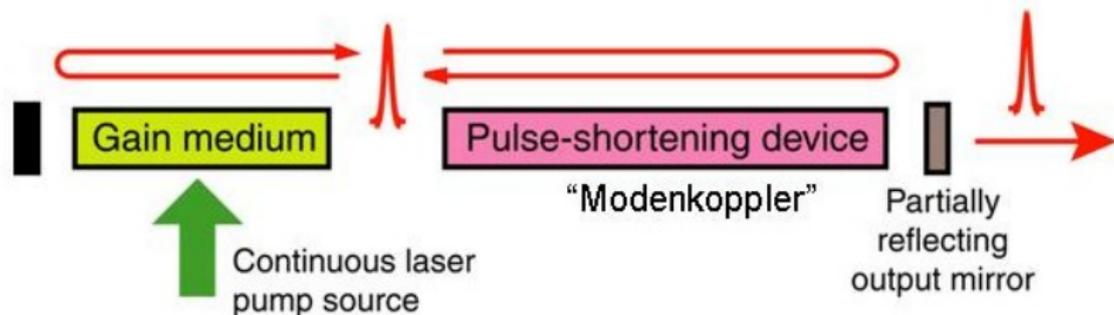
- Ultrakurzpulslaser haben oft tausende von Moden !

# Numerische Simulation der Modenkopplung



- Ultrakurzpulslaser haben oft tausende von Moden !

# Prinzipieller Aufbau eines Ultrakurzpulslasers



## • Techniken zur Modenkopplung:

- gepulstes Pumpen → resultierende Pulsdauer ist von der Lebensdauer des angeregten Lasermediums abhängig
- Güteschalten (*Q-switching*) → Modulation der Resonatorverluste
- sättigbare Absorber → Absorption der Pulsflanken
- Kerr-Linsen Effekt ( $n(I) = n_0 + n_2 I$ ) → Titan-Saphir-Laser