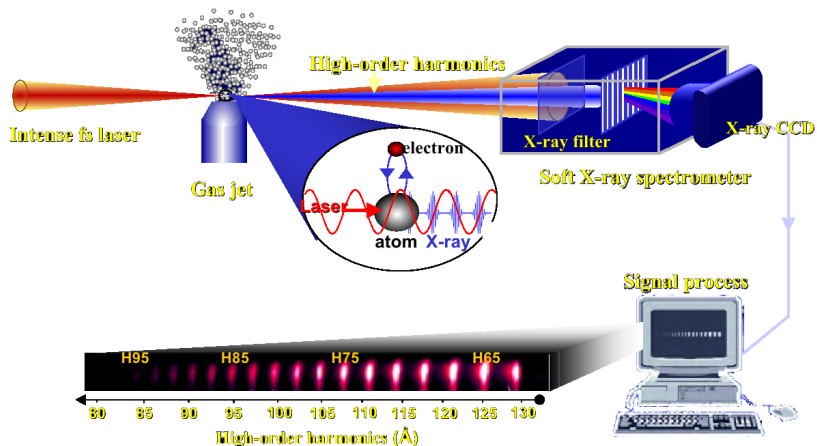
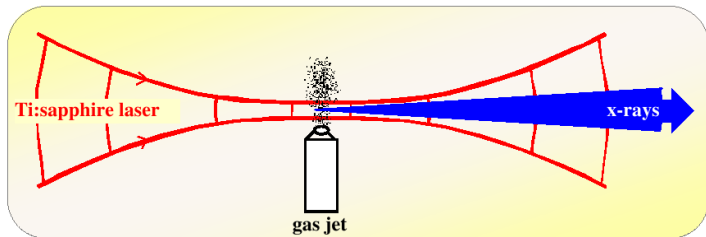


High Harmonic Generation – HHG

- Erzeugung von hohen Harmonischen von intensiver Laserstrahlung an Gasen



High Harmonic Generation – HHG

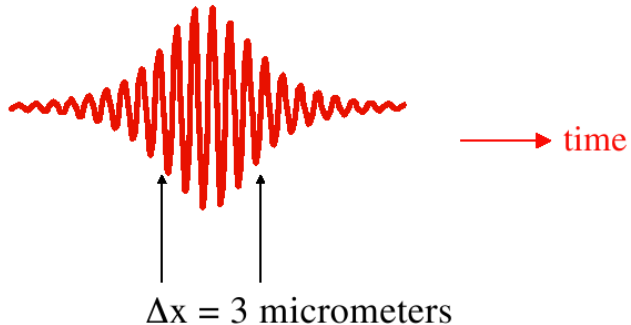


Beobachtungen

- Ti:Sapphir Laser ≈ 800 nm Grundwellenlänge
- Harmonische $n > 300$ und somit Photonenenergien von > 500 eV wurden beobachtet
- Kohärente, ultrakurze Röntgenpulse mit kleiner Divergenz
- Pulse sind zu kurz, um ein Plasma zu erzeugen

High Harmonic Generation – HHG

- Pulslänge von “State of the Art” Ti:Saphir Laser $\approx 5-10$ fs = 10^{-14} s
- High-Power Verstärkersysteme: 15-25 fs

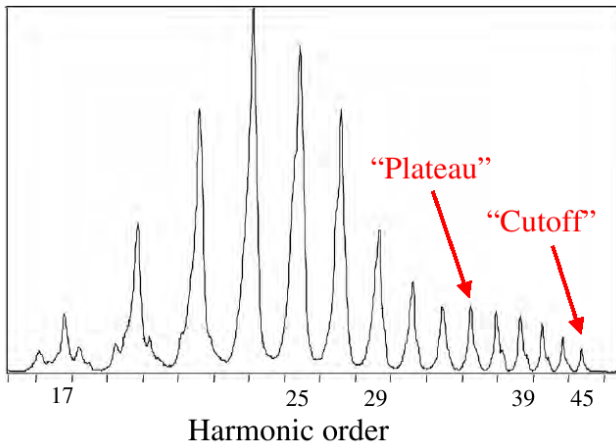


10 fs Lichtpuls:

$\Delta x = 3$ micrometers

High Harmonic Generation – HHG

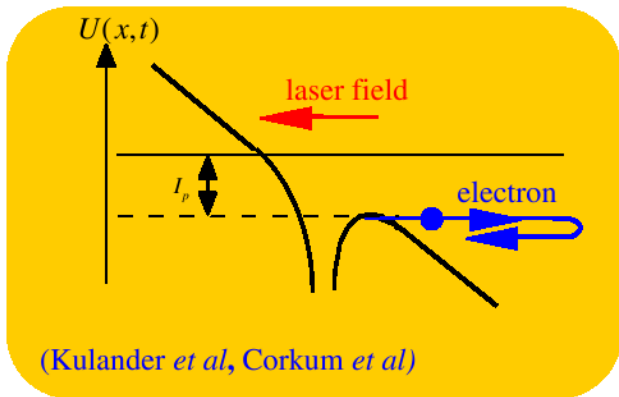
Wie sieht ein typisches HHG Spektrum aus ?



J. Zhou, J. Peatross, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn, and I. P. Christov, PRL **76**, 752 (1996)

High Harmonic Generation – HHG

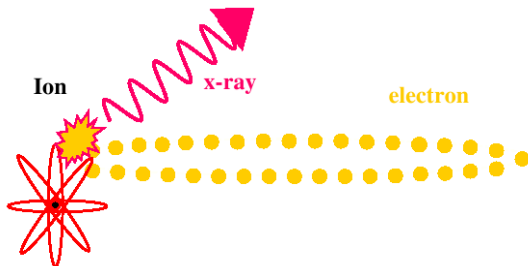
- $\hbar\omega_{cutoff} \cong I_p + 3.2 \cdot U_p$
- I_p : Ionisationspotential des Atoms
- U_p : Quiver-Energie des Elektrons durch das Feld der Laserwelle



High Harmonic Generation – HHG

Drei Stufen Modell

- Das hohe elektrische Feld ionisiert das Atom
- Das Elektron oszilliert in dem Laser Feld
- Elektron kollidiert mit dem Atom und rekombiniert



HHG – Energie

- Berechne das ponderomotive Potential in dem sich das Elektron bewegt:
 Gemittelte kinetische Energie eines freien Elektrons in einem elektrischen Feld E_0 mit der Frequenz ω

$$F = ma = eE_0 e^{-i\omega t} = m \frac{dv}{dt}$$

$$v = \int \frac{eE_0}{m} e^{-i\omega t} = \frac{eE_0}{-i\omega} e^{-i\omega t}$$

$$\begin{aligned} U_p &= \text{Kin. Energie} \Big|_{\text{Zeitmittel}} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \\ &= \frac{e^2 E_0^2}{2m\omega^2} \left[e^{-i\omega t} \right]_{\text{Zeitmittel}}^2 = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} \end{aligned}$$

HHG – Energie

Was ergeben sich für Zahlen für einen typischen Ti:Saphir Laser

- Pointing-Vektor:

$$I = \bar{S} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E^2|$$

- Potential:

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} = 9.33 \cdot 10^{-14} \cdot I \left[\frac{W}{cm^2} \right] \cdot (\lambda[\mu m])^2 [eV] \\ &= 60 \text{ eV} @ 10^{15} \text{ W/cm}^{-2} \text{ bei } \lambda = 800 \text{ nm} \end{aligned}$$

- Energieskala für die HHG in Helium

$$\begin{aligned} I_p + 3.2U_p &= 24.6 \text{ eV} + 192 \text{ eV} \\ &\cong 220 \text{ eV} \end{aligned}$$

HHG – Trajektorie

Wie sieht nun die Trajektorie eines Elektrons in diesem Potential aus ?
Annahmen:

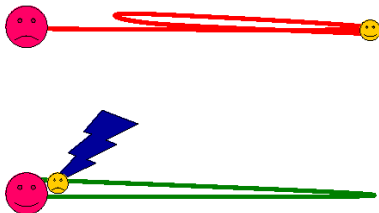
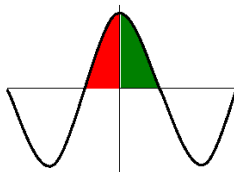
- Das Elektron ist plötzlich, komplett frei
- Das Elektron startet mit $v = 0$

$$F = ma = eE_0 e^{-i\omega t} = m \frac{dv}{dt}$$

$$v = \int \frac{eE_0}{m} e^{-i\omega t} dt = \frac{eE_0}{-i\omega m} e^{-i\omega t} \Big|_{t_i}^{t'} = \frac{eE_0}{-i\omega m} \left(e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right) = \frac{dx}{dt}$$

HHG – Trajektorie

- Die meisten Elektronen werden nicht mit dem Atom wieder kollidieren und rekombinieren, da die Phase nicht stimmt
- Die transversale Ausdehnung der Elektronenwellenfunktion reduziert die Kollisionsrate weiter



HHG – Trajektorie

- Berechne die Trajektorie

$$\frac{dx}{dt} = \frac{eE_0}{-i\omega m} \left(e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right)$$

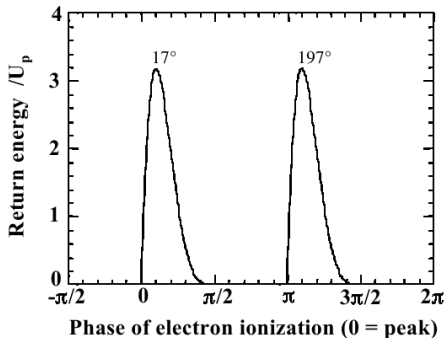
$$x = \int_{t_i}^{t_f} \frac{eE_0}{-i\omega m} \left(e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right) dt' = \frac{eE_0}{-\omega^2 m} \left(e^{-i\omega t'} - e^{-i\omega t_i} \right) \Bigg|_{t_i}^{t_f}$$

- Elektron startet am Atom: $x(t_i) = 0$
- Elektronentrajektorie muß am Atom enden: $x(t_f) = 0$
 - Löse die Gleichung für t_f
 - Finde $v(t_f)$
 - Berechne die Kollisionsenergie $E = \frac{1}{2}mv^2$

HHG – Energietransfer

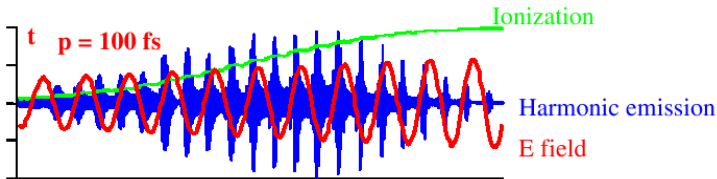
- Maximale Rückkehrenergie ist $3.17U_p$
- Maximaler klassischer Energiegewinn wenn das Elektron in den Grundzustand übergeht

$$E_{cutoff} = I_p + 3.17U_p$$



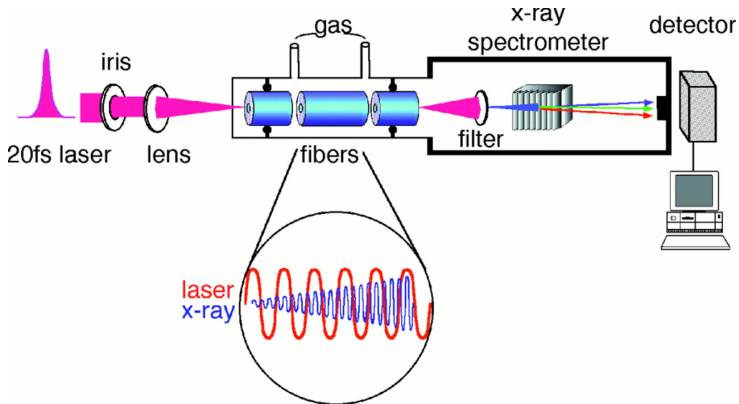
HHG – Ultrakurze Pulse

- Typisches Verhalten der HHG Emission
- HHG erfolgt zweimal während eines Lichtzyklus
- HHG Pulse sind sehr kurz: Erreicht hat man inzwischen ca. $200 \text{ as} = 0.2 \text{ fs}$
- Damit ist man im Bereich der atomaren Zeitskala, der Bohrzeit $\cong 150 \text{ as}$. Klassische Zeit, die das Elektron im H-Atom für eine Umrundung des Kerns benötigt
- Neues Gebiet der Attosekunden Physik



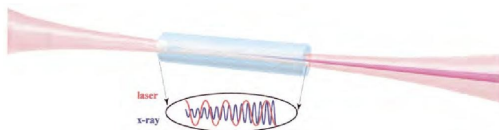
HHG – Phasematching

Fokussierung der Strahlung in eine Fiber als Waveguide



Science **280**, 1412 (1998), Phys.Rev.Lett. **83**, 2187 (1999)

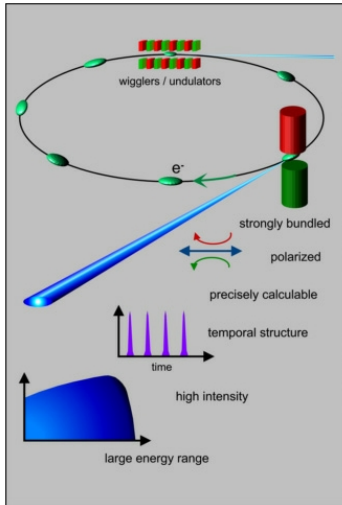
HHG – Phasematching



$$\begin{aligned}
 k &= \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 + P\delta(\lambda) - \frac{1}{2} \left[\frac{u\lambda}{2\pi a} \right]^2 - \frac{1}{2} \frac{N_e r_e \lambda^2}{\pi} \right) \\
 &= \text{Vakuum} + \text{Gas} + \text{Waveguide} + \text{Ionisation}
 \end{aligned}$$

- Mit Hohlfasern als Wellenleitern kann man für niedrige Harmonische ein Phase-Matching realisieren.
- Hohe Harmonische werden bei höheren Laserintensitäten und somit höheren Ionisationslevels erzeugt. Hier kann das EUV Licht und der Laser aber nicht mehr in einer festen Phasenbeziehung zueinander gehalten werden.

Röntgen und EUV Optik

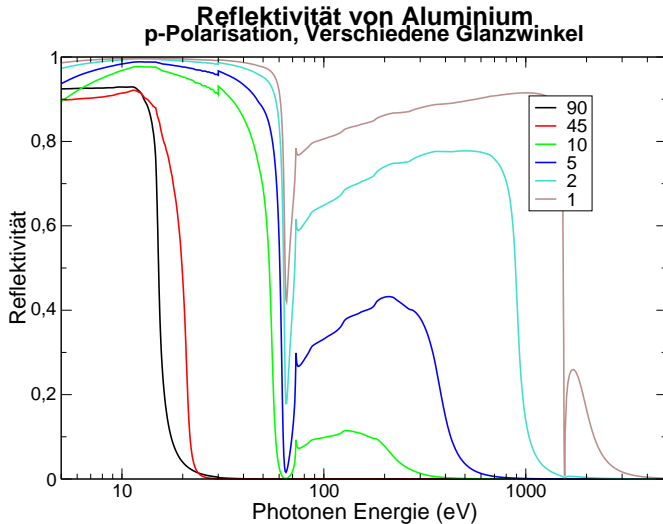


- Optische Materialien
- Abbildungseigenschaften
- Monochromatoren
- Optikfehler
- Ray Tracing

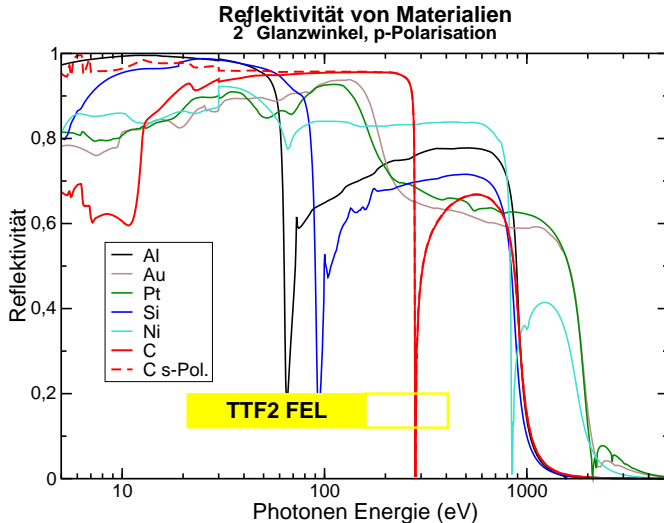
Optische Materialien

- Es gibt **kein** dickes, optisch transparentes Material für Photonenenergie $> 11 \text{ eV}$!
- ⇒ Keine Linsen, keine Prismen, ...
- Es können somit nur reflektive Optiken, also Spiegel eingesetzt werden.
 - Großes Problem für die Lithographie zur Herstellung von Halbleiterstrukturen, da die bekannten und bewährten Techniken nicht mehr eingesetzt werden können
 - Kürzeste Lithographie Wellenlänge ist zur Zeit $157 \text{ nm} = 7.9 \text{ eV}$ (F₂-Laser)
 - Erreicht werden sollen $13.5 \text{ nm} = 92 \text{ eV}$
 - Zur Zeit wird deshalb die **EUV Lithographie** entwickelt
EUV = Extended UV
 - Welche Materialien sind geeignet ?

Reflektivität von Materialien



Reflektivität von Materialien

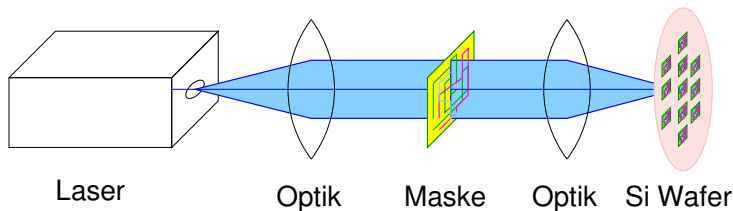


Reflektivität von Materialien

- Bild Reflektivität Al, Au, C
- Bis ca. 30 eV kann unter Normalem Einfall (Normal incidence) gearbeitet werden
- Bei höheren Energien muß streifender Einfall gewählt werden
- Für einzelne Energien können Multilayer Interferenzspiegel hergestellt werden
- Optimierung von Schichten für EUV Lithographie

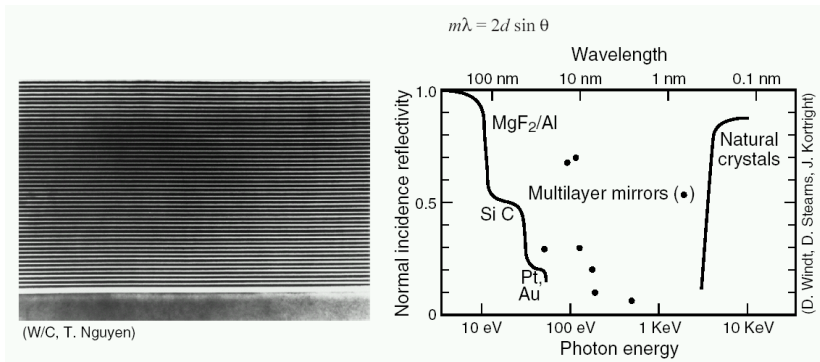
EUV Lithographie 1

Halbleiter Lithographie



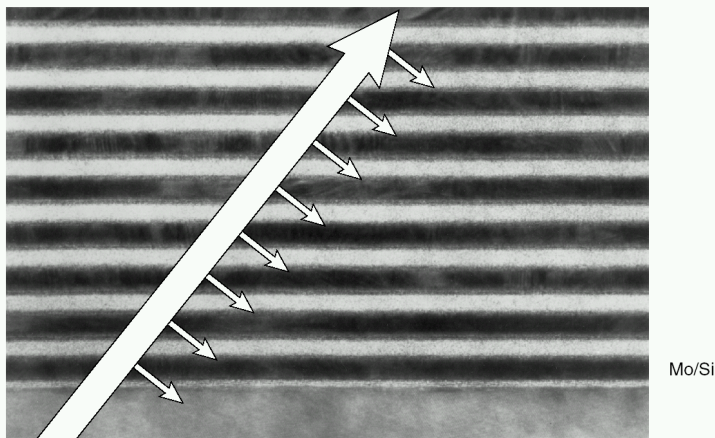
- ab ca. 2009 wird EUV Strahlung (13.5 nm) Strahlung benötigt um noch kleinere Halbleiterstrukturen herzustellen
- Probleme:
 - Strahlung breitet sich nur im Vakuum aus (Neu)
 - Es können nur reflektive Optiken verwendet werden (neu)
 - Staub auf Masken
 - Welche Strahlungsquellen ?
 - ...

Multilayer 1



- Reflektivität für senkrechten Einfall verschiedener Materialien und von Schichtsystemen

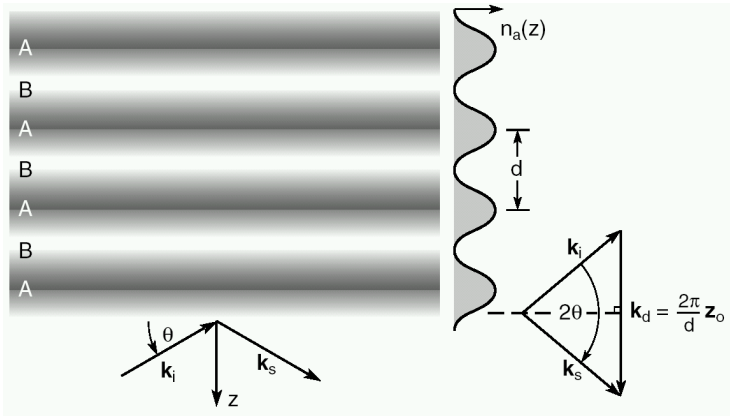
Multilayer 2



(T. Nguyen, CXRO/LBNL)

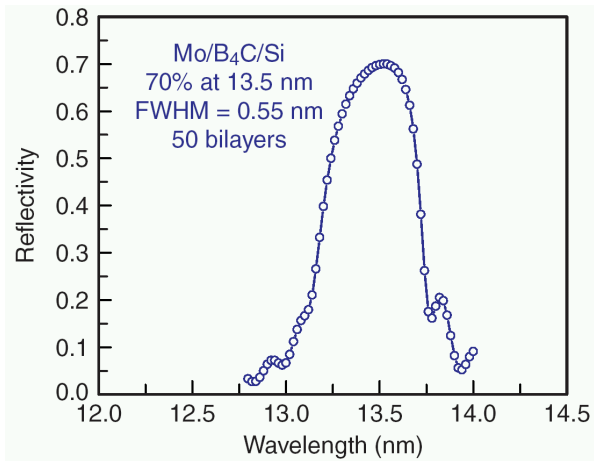
- Reflektion in einem Multilayer an jeder Grenzschicht

Multilayer 3



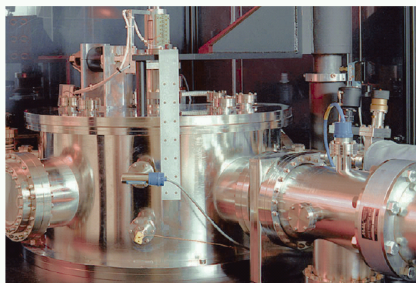
- Bragg Reflexion
- Reflektivität hängt von der Dicke der Schichten und den optischen Konstanten ab

Multilayer 4

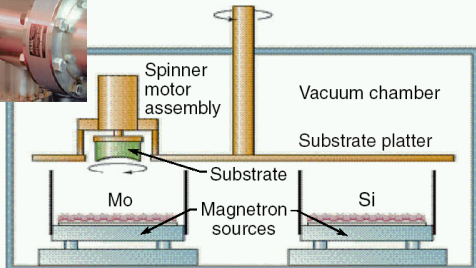


- Reflektivität unter senkrechtem Einfall eine Mo/Si Multilayerstruktur

Multilayer 5



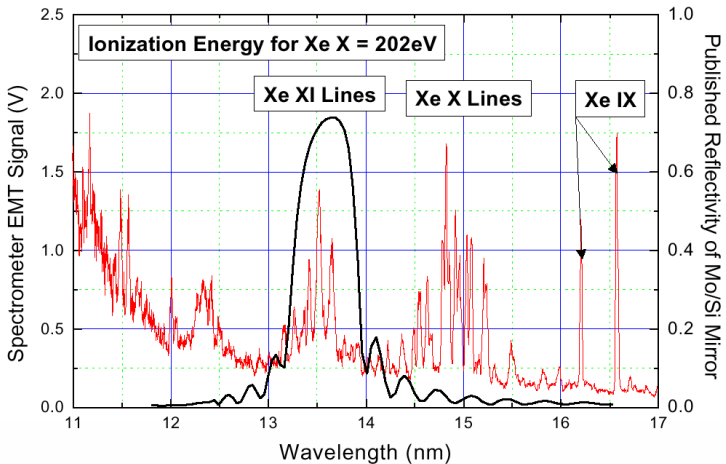
Substrates mounted on a rotating platter are swept across each sputter source sequentially to form the multilayer. Modulating the platter velocity provides precision control of radial thickness distribution and absolute film thickness. The substrate is also spun fast about its own axis for azimuthal uniformity.



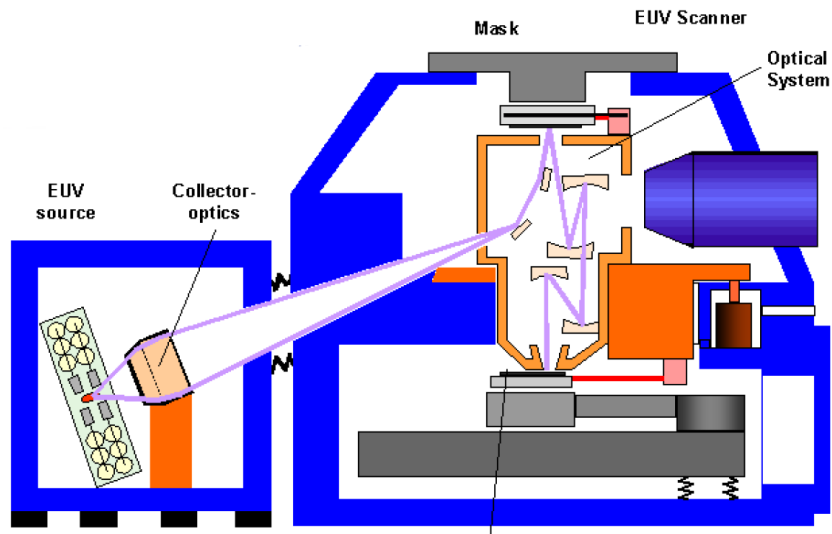
(Courtesy of Jim Folta, LLNL)

Reflektivität eines Multilayer Spiegels

Measured EUV Spectrum of Xenon

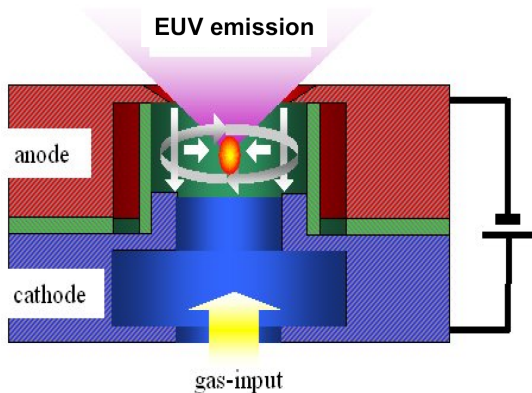
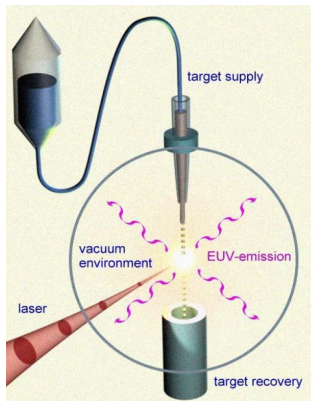


EUV Lithographie 2



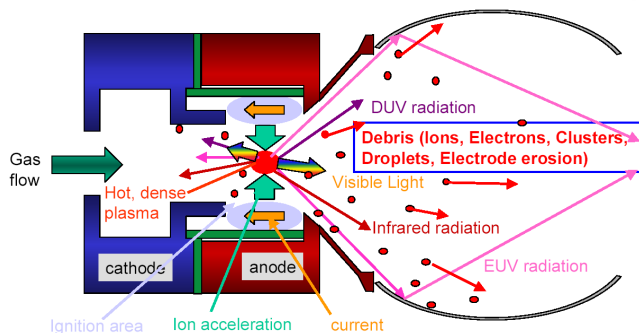
EUV Lithographie 3

- Quellen für 13.5 nm Strahlung: Xe Plasma
- Anforderung: >115 W Strahlungsleistung im Bereich 13-14 nm
- Repetitionsrate $>10,000$ Hz
- Laser Plasma oder Gasentladungsplasma (oder Synchrotron/FEL)

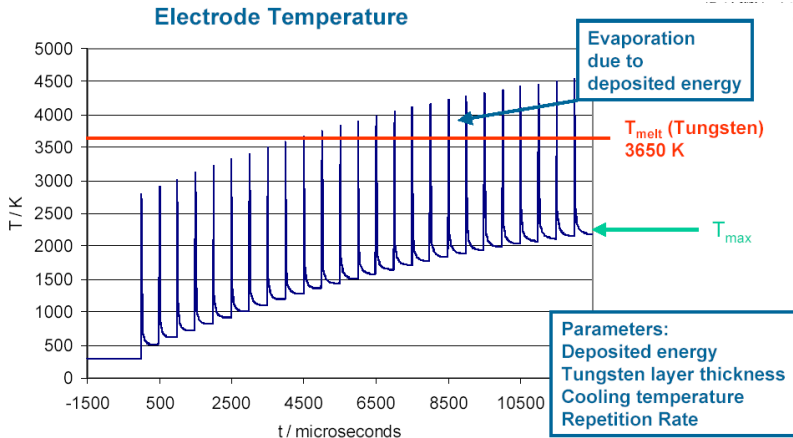


Gasentladungsplasma

- Sogenannte Z-Pinch Entladung
- Problem: Debris der Entladung zerstört die nachfolgende Optik
- Wärmelast in der Entladung
- Für 115 W EUV Leistung werden mehr als 20 kW elektrische Leistung in das Plasma gesteckt !

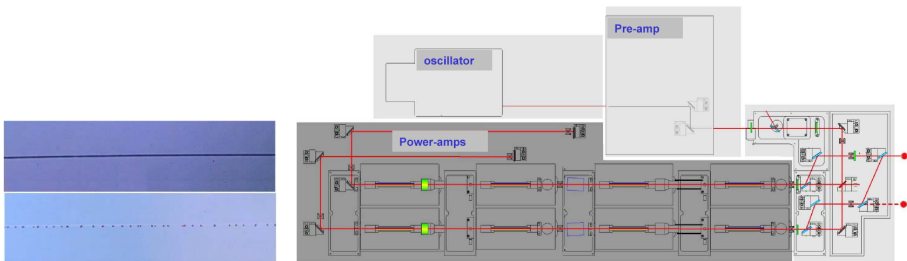


Gasentladungsplasma



Laserplasma

- Erzeugung eines Strahls oder von Tröpfchen aus flüssigem/fest Xenon im Vakuum
Super Sonic Beam Expansion
- 1.2 kW Laserleistung bei 10 kHz liefern “nur” 10 W EUV Leistung
- 34 kW Laserleistung werden voraussichtlich benötigt
- Weniger Probleme mit Debris, keine schmelzenden Elektroden



- Laser: Wie bekommt man die Leistung in das Plasma hinein ?
- z-Pinch: Wie bekommt man die Wärmeleistung wieder heraus ?

EUV Monochromatoren

- Synchrotron- und Wigglerstrahlung ist kontinuierlich
- Undulator- und FEL Strahlung hat Spektral auch noch eine relativ große Bandbreite $E/\Delta E = N$
- Strahlung muß monochromatisiert werden

5 - 30 eV	Normal incidence Monochromatoren (NIM)
10 eV - 2 keV	Gitter Monochromatoren (SGM, PGM)
> 2 keV	Kristallmonochromatoren
- Es gibt keine dispersiven Medien \Rightarrow Verwendung von Reflektionsgittern

Abbildungseigenschaften

● Fermat'sches Prinzip

Der optische Weg zwischen zwei Punkten A und B muß ein Extremum annehmen.

Optischer Weg $F = \bar{A}P + \bar{P}B$

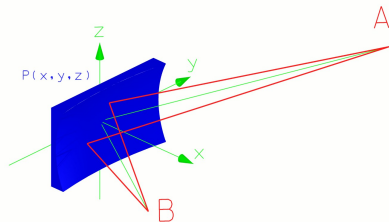
$P(\xi, \omega, \ell)$: Koordinaten eines Spiegels

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

- Oberfläche wird durch Polynom beschrieben

$$\xi(\omega, \ell) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} \omega^i \ell^j$$

$$a_{00} = a_{10} = 0, \quad j = \text{even}$$



Abbildungseigenschaften

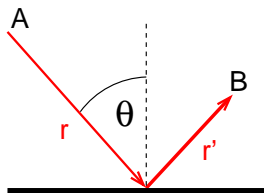
Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände r und r' vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \overline{AP} \quad r' := \overline{PB}$$

θ := Winkel zur Flächennormale

- Toroid
- Paraboloid
- Ellipse



Abbildungseigenschaften

Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände r und r' vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \bar{AP} \quad r' := \bar{PB}$$

$$\theta := \text{Winkel zur Flächennormale}$$

- Toroid

Zwei verschiedene Radien in y und z Richtung R und ρ .

Spezialfall **Sphäre**: $R = \rho$

$$\text{Meridionaler Fokus} \quad \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \frac{\cos \theta}{2} = \frac{1}{R}$$

$$\text{Sagittaler Fokus} \quad \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \frac{1}{2 \cos \theta} = \frac{1}{\rho}$$

Abbildungseigenschaften

Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände r und r' vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \bar{AP} \quad r' := \bar{PB}$$

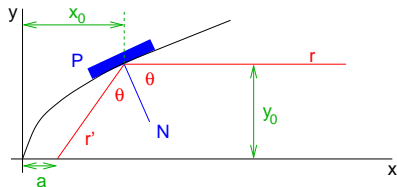
θ := Winkel zur Flächennormale

● Paraboloid

$$y^2 + z^2 = 4ax$$

$$x_0 = a \tan^2 \theta$$

$$y_0 = 2a \tan \theta$$



Abbildungseigenschaften

Wichtige abbildene Elemente

Definiere die Abstände r und r' vom Spiegelzentrum zum Bild und Objektpunkt.

$$r := \overline{AP} \quad r' := \overline{PB}$$

$\theta :=$ Winkel zur Flächennormale

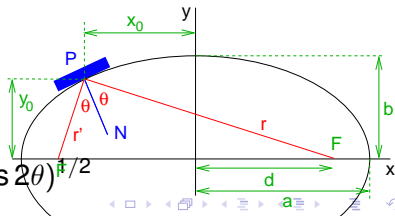
- Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a = \frac{1}{2}(r + r')$$

$$b = (a^2 - d^2)^{1/2}$$

$$d = \frac{1}{2}(r^2 + r'^2 - 2rr' \cos 2\theta)^{1/2}$$



Abbildungseigenschaften

- Optischer Weg $A\vec{O}_A + O_A\vec{O} + \vec{O}P$

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -r \cos \alpha \\ -r \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi \\ \omega \\ \ell \end{pmatrix}$$

$$\bar{AP} = |\vec{AP}| = \sqrt{(\xi - r \cos \alpha)^2 + (\omega - r \sin \alpha)^2 + (\ell - z)^2}$$

$$\bar{BP} = |\vec{BP}| = \sqrt{(\xi - r' \cos \alpha)^2 + (\omega - r' \sin \alpha)^2 + (\ell - z')^2}$$

- Zentraler Strahl auf der Optik

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \ell} \right)_{\xi=\omega=\ell=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{z}{r} = \frac{z'}{r'}$$

- Um F allgemein zu berechnen, müssen die Koeffizienten a_{ij} der Reihenentwicklung

Reihenentwicklung Toroid

- Allgemein:

$$\begin{aligned}
 a_{02} &= \frac{1}{2\rho} & a_{20} &= \frac{1}{2R} & a_{22} &= \frac{1}{4R^2\rho} \\
 a_{04} &= \frac{1}{8\rho^3} & a_{40} &= \frac{1}{8\rho^3} & & \\
 a_{12} &= 0 & a_{30} &= 0 & &
 \end{aligned}$$

- Spezialfall Sphäre:

$$\rho = R$$

- Spezialfall Planspiegel:

$$R \rightarrow \infty, \rho \rightarrow \infty \Rightarrow a_{ij} = 0$$

Reihenentwicklung Paraboloid

$$a_{02} = \frac{1}{4r' \cos^2 \theta \sin^2 \theta}$$

$$a_{04} = \frac{64r'^3 \cos^3 \theta \tan \theta}{8r'^2}$$

$$a_{12} = -\frac{1}{8r'^2}$$

$$a_{20} = \frac{\cos \theta}{4r'}$$

$$a_{02} = \frac{5 \cos \theta \sin^2 \theta}{64r'^3 \sin \theta \cos \theta}$$

$$a_{30} = -\frac{1}{8r'^2}$$

$$a_{22} = \frac{3 \sin^2 \theta}{32r'^3 \cos \theta}$$

Reihenentwicklung Ellipsoid

$$a_{02} = \frac{1}{4f \cos \theta} \quad a_{20} = \frac{\cos \theta}{4f} \quad a_{22} = \frac{\sin^2 \theta}{16f^3 \cos^3 \theta \left(1.5 \cos^2 \theta - \frac{b^2}{a^2} (1 - \cos^2 \theta) \right)}$$

$$a_{04} =$$

$$a_{40} =$$

$$a_{12} =$$

$$a_{30} =$$

mit

$$f = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)^{-1}$$

Beugungsgitter

- Identische Behandlung
Optischer Weg

$$F = \bar{A}P + \bar{P}B + Nk\lambda\omega$$

mit

N Liniendichte

k Beugungsordnung $\pm 1, \pm 2, \dots$

λ Wellenlänge des Lichts

ω Position in der Dispersionsrichtung

- Reihenentwicklung des optischen Weges F

$$F = F_{000} + \omega F_{100} + \frac{1}{2}\omega^2 F_{200} + \ell^2 F_{020} + \omega^3 F_{300} \\ + \omega \ell^2 F_{120} + \omega^4 F_{400} + \omega^2 \ell^2 F_{220} + \ell F_{040} + \dots$$

Abbildungseigenschaften

$$F_{000} = r + r'$$

$$F_{100} = Nk\lambda - (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$F_{200} = (\cos^2 \alpha / r) + (\cos^2 \beta / r') - 2a_{20}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$F_{020} = 1/r + 1/r' - 2a_{02}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$F_{300} = T(r, \alpha) / r \sin \alpha + T(r', \beta) \sin \beta - 2a_{30}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$F_{120} = S(r, \alpha) / r \sin \alpha + S(r', \beta) \sin \beta - 2a_{12}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

...

mit

$$T(r, \alpha) = (\cos^2 \alpha / r) - 2a_{20} \cos \alpha \quad , \quad S(r, \alpha) = (1/r) - 2a_{02} \cos \alpha$$

- Mit dem Fermat'schen Theorem lassen sich damit dann im Prinzip beliebige Optiken analytisch berechnen und optimieren
- Bei einer Optik mit verschiedenen Komponenten wird das aber sehr schnell, sehr aufwendig !
- Lösung: Ray Tracing Programme

Gitter

Merid

Sagitt

Prima

Astigm

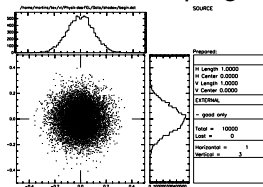
Abbildungseigenschaften

- Mit dem Fermat'schen Theorem lassen sich damit im Prinzip beliebige Optiken analytisch berechnen und optimieren
 - Optimieren heißt, dass die höheren Beiträge F_{klm} (Abberationen) zu optischen Weg F verschwinden
- ⇒ Verwendung von vielen optischen Komponenten in z.B. Kameraobjektiven
- Bei einer Optik mit verschiedenen Komponenten wird dies sehr schnell sehr aufwendig!
 - Ungeeignet für XUV und Röntgenoptiken
 - Lösung: Ray Tracing Programme

Ray Tracing

Abbildung eines Quellpunktes mit drei verschiedenen Spiegeln

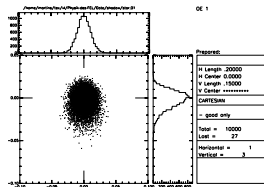
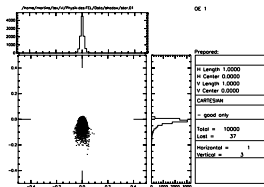
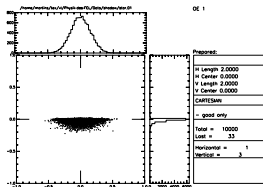
$\vartheta = 85^\circ$ zur Spiegelnormalen, $r = 10$, $r' = 1$



Sphäre

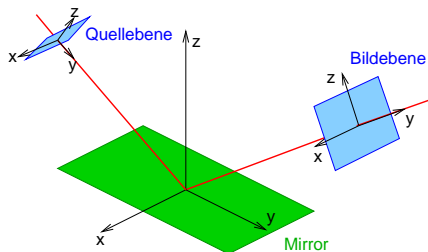
Toroid

Ellipsoid



Ray Tracing

- Prinzip des Ray Tracing beruht auf der geometrischen Optik
- Berechne den Strahlengang von einer Quelle S bis zu einem Bildpunkt F für viele unterschiedliche Strahlen



- Strahlen gehen von einer Quellebene aus und treffen auf eine Bildebene.
- Komplizierte Optiken werden berechnet, indem die Bildebene eines optischen Elementes k , als Quellebene des optischen Elementes $k + 1$ verwendet wird.

Ray Tracing – Shadow

SHADOW GUI [mirror1.ov]

File Edit File Workspace Tools Options

Exit Load Save Edit Cut Source Trace Run Plot

Toolbox

- System
 - Source
 - OE
 - Screen
 - Play / Trace
 - Source
 - System
 - Inspector
 - General
 - Plot
 - MinMax
 - Source
 - SRInfo
 - OE
 - MirInfo
- System
 - Source
 - OE 1
 - OE 1
 - OE 2

Source Definition

File to store the rays *begin.dat* [path: begin.dat]

Source Type *NANIMAN*

Number of random rays *10000*

Wiggler undulator cell wigg *NONE*

Spatial Type *GAUSSIAN*

Depth *OFF*

Angle Distribution *GAUSSIAN*

Photon energy distribution *SLOWE*

Store optical path *ON*

Polarization *OFF*

Coherence *COHERENT*

Info: Parameter Editor: Enter '?' in any field for help Selection: Source Edit: Source
Current directory: /home/martin/inst504/Physik_des_FEL/Data/shadow CHDF Clipboard: Empty

einer Quelle

SHADOW GUI [mirror1.ov]

File Edit File Workspace Tools Options

Exit Load Save Edit Cut Source Trace Run Plot

Toolbox

- System
 - Source
 - OE
 - Screen
 - Play / Trace
 - Source
 - System
 - Inspector
 - General
 - Plot
 - MinMax
 - Source
 - SRInfo
 - OE
 - MirInfo
- System
 - Source
 - OE 1
 - OE 1
 - OE 2

MAIN MENU

Files to write out *ALL*

Source plane distance *1000*

Image plane distance *10*

Incidence angle *85*

Reflection angle *85*

Write out Inc/Ref angles *YES*

Mirror Orientation Angle *0*

Source file *begin.dat* [path: begin.dat]

Type of element *REFLECTOR*

Figure *ELLIPITICAL*

Diffraction *MIRROR*

Crystal *NO*

Mirror movement *NO*

Exit Site *NO*

Modified Surface *NO*

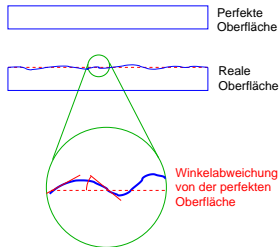
Source Movement *NO*

Info: Parameter Editor: Enter '?' in any field for help Selection: OE 1 Edit: OE 1
Current directory: /home/martin/inst504/Physik_des_FEL/Data/shadow CHDF Clipboard: Empty

eines einzelnen Spiegels

Tangentenfehler

- Was ist die kritische Größe bei der Qualität der optischen Komponenten ?



- Tangentenfehler** (slope error) sind Winkelabweichungen von der perfekten Oberfläche
- Winkelfehler führen zu Fehlern in der Fokussierung und begrenzen die Auflösung von Monochromatoren
- Erreichbare Fehler

Fläche	Fehler (RMS)
Plan, Sphärisch	0.05" - 0.1"
Zylinder	0.3" - 0.5"
Elliptisch	0.5" - 1"

1" \equiv 0.5 μ m Abweichung auf 100 mm Länge
 0.05" Meßgrenze !

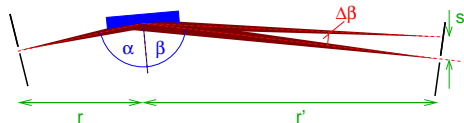
Tangentenfehler – Beispiel

Gitter: $k = 1200$ Linien/mm, Beugungsordnung $N = 1$,
 $\alpha = 86^\circ, \beta = -80^\circ$

$$\lambda = \frac{1}{Nk} \cdot (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$E[\text{eV}] \approx \frac{1240}{\lambda[\text{nm}]}$$

$$\Rightarrow E = 112.88542 \text{ eV}$$



Tangentenfehler – Beispiel

Auflösung ohne slope

 $r' = 8 \text{ m}$, Austrittsspalt $s = 10 \mu\text{m}$

$$\Delta\lambda = \frac{1}{kN} \cdot \cos\beta \Delta\beta$$

$$\Delta\beta \approx \frac{s}{r'}, \quad \Delta\lambda \approx \frac{1240}{E^2} \Delta E$$

$$\Rightarrow \Delta E \approx \frac{E^2}{kN} \cdot \frac{s}{r'} \cdot \frac{\cos\beta}{1240} = 2 \text{ meV} \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx 7500$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx 60000$$

Auflösung mit slope error

Tangentenfehler $1'' \Rightarrow \beta' = \beta \pm 1''$

$$E'_+ = 112.89287 \text{ eV}$$

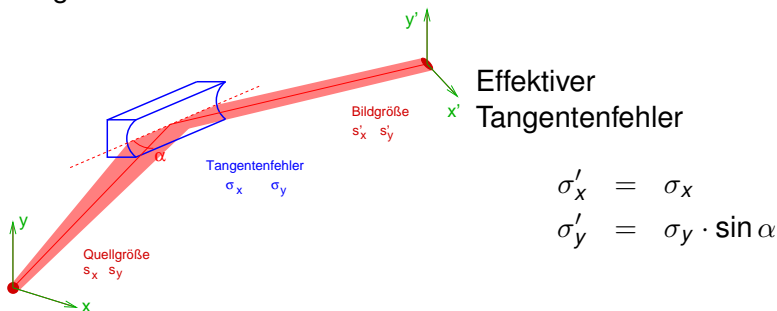
$$E'_- = 112.87797 \text{ eV}$$

$$\Delta E = E'_+ - E'_- = 15 \text{ meV}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx 7500$$

Effektive Tangentenfehler

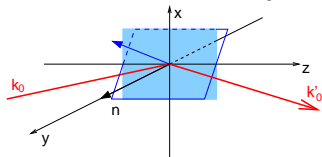
- Bei der sagittalen Fokussierung wirkt nur ein effektiver Tangentenfehler



- Bei der sagittalen Fokussierung spielt der Tangentenfehler eine kleiner Rolle
 $\alpha = 5^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 0.09$
- $\sin \alpha$ wird auch als *Forgiveness Faktor* bezeichnet

Forgiveness Faktor

- Einfallender Strahl \vec{k}_0 und Spiegelnormale \vec{n}



$$\vec{k}_0 = (0, k_y, k_z) = k(0, -\sin \theta, \cos \theta)$$

$$\vec{n} = (0, 1, 0)$$

- Reflektierter Strahl

$$\vec{k}'_0 = \vec{k}_0 - 2(\vec{k}_0 \cdot \vec{n})\vec{n}$$

- Tangentenfehler α entspricht einem gedrehten Spiegel mit der Normalen

$$\vec{n}' = (\sin \alpha, \cos \alpha, 0)$$

⇒

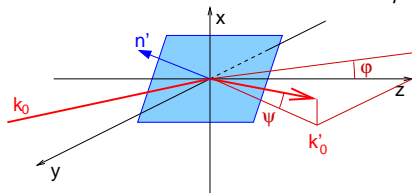
$$\vec{k}'_0 = k \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} - 2 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \cdot k \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

Forgiveness Faktor

⇒

$$\begin{aligned}\vec{k}'_0 &= k \left[\begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} - 2(-\sin \theta \cos \alpha) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= k \begin{pmatrix} \sin \theta \sin 2\alpha \\ \sin \theta \cos 2\alpha \\ \cos \theta \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- Die Projektion des reflektierten Strahls auf die xz-Ebene schließt mit der z-Achse einen Winkel φ ein



$$\begin{aligned}\tan \varphi &= \frac{K'_x}{k'_z} = \frac{\sin \theta \sin 2\alpha}{\cos \theta} \\ &= \tan \theta \cdot \sin 2\alpha\end{aligned}$$

Forgiveness Faktor

- Ablenkwinkel aus der yz-Ebene heraus ψ – Wirkung des Tangentenfehlers

$$\sin \psi = \frac{k_x}{k} = \frac{k \sin \theta \sin 2\alpha}{k} = \sin \theta \cdot \sin 2\alpha$$

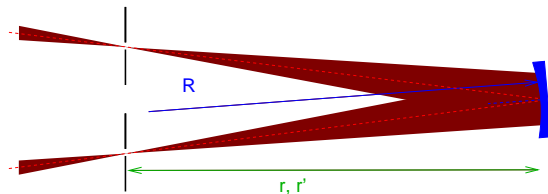
Die Wirkung des Tangentenfehlers wird somit um den Faktor $\sin \theta$ verkleinert.

EUV Monochromatoren

- Synchrotron- und Wigglerstrahlung ist kontinuierlich
- Undulator- und FEL Strahlung hat Spektral auch noch eine relativ große Bandbreite $E/\Delta E = N$
- Strahlung muß monochromatisiert werden
 - 5 - 30 eV Normal incidence Monochromatoren (NIM)
 - 10 eV - 2 keV Gitter Monochromatoren (SGM, PGM)
 - > 2 keV Kristallmonochromatoren
- Es gibt keine dispersiven Medien \Rightarrow Verwendung von Reflektionsgittern

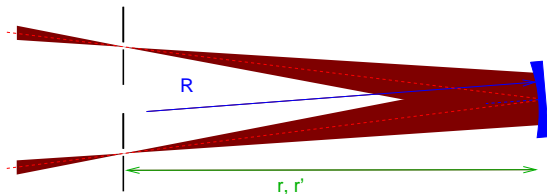
Normal Incidence Monochromatoren (NIM)

- Sinnvoll im Energiebereich bis ca. 35 eV
- Vorteil: Sehr einfacher Aufbau mit einem sphärischen Gitter, das Quelle (Eintrittsspalt) auf den Austrittsspalt abbildet



- Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, für eine optimale Performance des NIM ?
Idealerweise $F_{ijk} = 0$ für alle α, β, r, r'
- Läßt sich leider nicht realisieren

Normal Incidence Monochromatoren (NIM)



- Es muß F_{200} minimiert werden. Für ein sphärisches Gitter gilt

$$F_{200} = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left(\frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right)$$

- NIM: $r = r'$

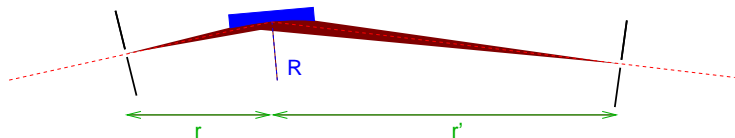
$$\Rightarrow r = \frac{1}{R} \cdot \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}$$

$$NK\lambda = \sin \alpha + \sin \beta$$

- Für einen optimalen Fokus müssen also r , α und β variiert werden

Grazing Incidence Monochromatoren

- Im wesentlichen zwei Typen
 - Sphärischer Gitter Monochromator (SGM)
 - Plan-Gitter Monochromator (PGM)
- Einfacher SGM ist der “Dragon” Monochromator



Aufbau ähnlich dem NIM, aber streifender Einfall

- Um zu fokussieren ($F_{200} = 0$) müssen r oder r' verändert werden
- ⇒ Komplizierter Aufbau, der adaptive Spiegel vor oder hinter dem Monochromator erforderlich macht.
- Coma Term F_{300} verschwindet nicht für jede Wellenlänge λ
 - Typische Parameter
 $R = 10 - 50 \text{ m}$, $r = 1 - 3 \text{ m}$, $r' = 5 - 10 \text{ m}$

Rowland Bedingung

- Abberationen von sphärischen Optiken

$$F_{020} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{R}(\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$F_{200} = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left(\frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \quad \text{Defokussierung}$$

$$F_{300} = \left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) \frac{\sin \alpha}{r} + \left(\frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \frac{\sin \beta}{r'} \quad \text{Coma}$$

enthalten jeweils

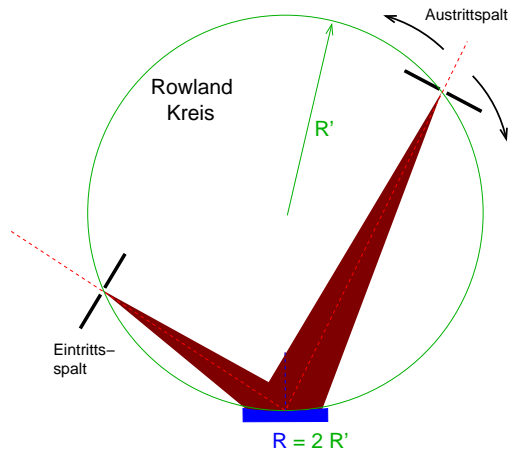
$$\left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right).$$

- Wähle

$$r = R \cos \alpha \text{ und } r' = R \cos \beta \Rightarrow F_{200} = 0 \text{ und } F_{300} = 0$$

- Sowohl der Defokussierungsterm als auch der Coma Term verschwinden

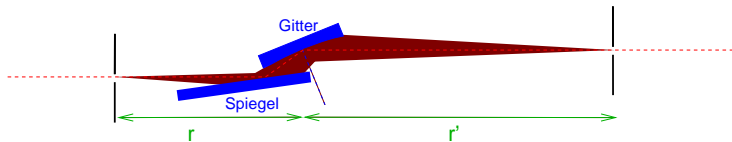
Rowland Kreis Monochromator



- Bewegung des Austrittsspalt auf dem Rowlandkreis
- Schwer zu realisieren bei einem Monochromator an einem Speicherring
- Kleinere Monochromatoren werden zur Spektroskopie eingesetzt
 R' kann bis zu 0.5-1 m groß werden.

Fix Fokus SGM (FSGM)

- Wie kann das Problem umgangen werden, dass r, r' variieren müssen ?
- Verwende eine zweiten Spiegel, um einen beliebigen Einfallswinkel α am Gitter zu realisieren.
- Spiegel muß so gedreht werden, daß der Strahl immer auf die gleiche Stelle des Gitter trifft.



- Zur Minimierung des Coma Terms F_{300} kann jetzt noch zusätzlich die gesamte Spiegel-Gitter Kombination verschoben werden, so daß r und r' angepaßt werden können, wobei $r + r' = const$ ist.

Mechanisch sehr aufwendig !

Plan-Gitter Monochromatoren (PGM)

- Auch ein planes Gitter besitzt fokussierenden Eigenschaften

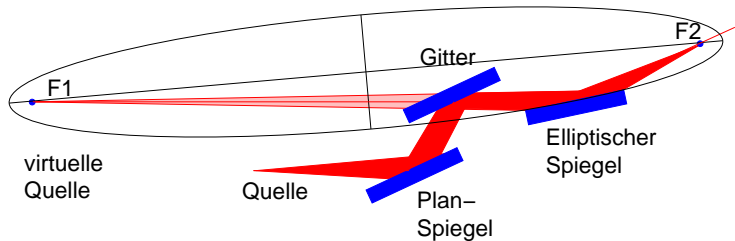
$$\begin{aligned}
 F_{200} &= \left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left(\frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \\
 &= \frac{\cos^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \beta}{r'} \text{ mit } R \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

- F_{200} verschwindet, wenn [H. Petersen, Opt. Commun. **40**, 402 (1982)]

$$\frac{r'}{r} = - \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 = -c_{ff}^2 = \text{const.}$$

- SX700 Design (Petersen Monochromator) realisiert diese Bedingung

Plan-Gitter Monochromatoren (PGM)



Plan-Gitter Monochromatoren (PGM)

- Auch ein planes Gitter besitzt fokusierenden Eigenschaften

$$\begin{aligned}
 F_{200} &= \left(\frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \left(\frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) \\
 &= \frac{\cos^2 \alpha}{r} + \frac{\cos^2 \beta}{r'} \text{ mit } R \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

- F_{200} verschwindet, wenn [H. Petersen, Opt. Commun. **40**, 402 (1982)]

$$\frac{r'}{r} = - \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right)^2 = -c_{ff}^2 = \text{const.}$$

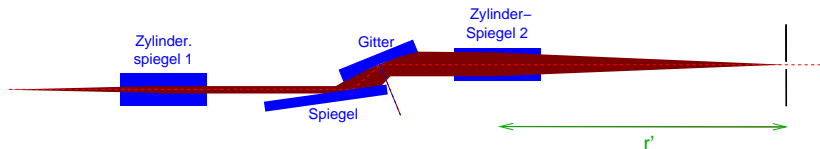
- SX700 Design (Petersen Monochromator) realisiert dies
- Realisierung mit einem elliptischen Spiegel
Monochromator benötigt keinen Eintrittsspalt

- **Problem !**

Elliptische Spiegel lassen sich nicht mit so guter optischer Qualität herstellen, wie plane und sphärische Optiken.

PGM

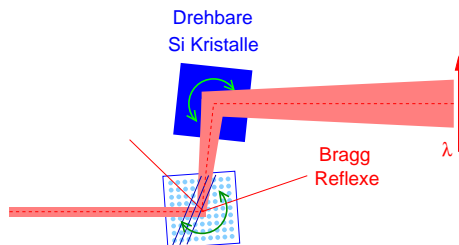
- Ellipsoid verringert die erreichbare Auflösung deutlich
- Neues Design mit kollimiertem Licht
R. Follath und F. Senf, Nucl. Instrum. Methods **A390**, 388 (1997)



- Ausnutzen der sagittalen Fokussieren mit zwei Zylinderspiegeln
- Zylinderspiegel 1 parallelisiert das Licht in der Dispersionrichtung
 $r \rightarrow \infty$
- Zylinderspiegel 2 fokussiert sagittal auf den Austrittsspalt
- c_{ff} kann frei variiert werden
- Höhere Auflösung kann erreicht werden, da bei großem c_{ff} die effektive Quelle verkleinert wird, und die Dispersion vergrößert wird

Kristallmonochromatoren

- Für Photonenenergien $> 2 \text{ keV}$ läßt die Effizienz von Gittermonochromatoren sehr schnell nach.
- Photonenenergie $\hbar\omega = 2 \text{ keV} \equiv 6.2 \text{ \AA}$ Wellenlänge
- Wellenlänge kommt in die Größenordnung der Gitterabstände im Kristall !
- Guter Einkristall (z.B. Si) besitzt ein quasi perfektes Gitter, an dem Beugung und damit dann die Monochromatisierung stattfindet



- Bei Doppel-Kristall-Monochromatoren (DCM) werden zwei Kristall hintereinander geschaltet
- Höhere Auflösung und Strahl hat nach dem DCM wieder die gleiche Richtung