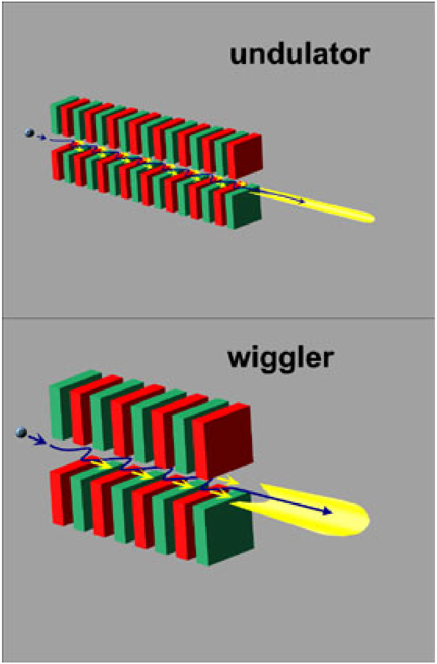
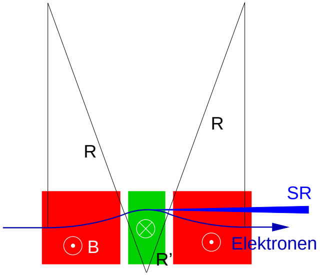


Insertion Devices

- Wavelength-Shifter
- Das Wiggler/Undulator Feld
- Bewegungsgleichung
- Undulator Strahlung
- Eigenschaften
- Polarisation

Wellenlängenschieber



- In einem Speicherring gilt für die kritische Energie

$$E_c \propto 1/R$$

R: Radius in den Dipolmagneten
R kann nicht einfach verändert werden

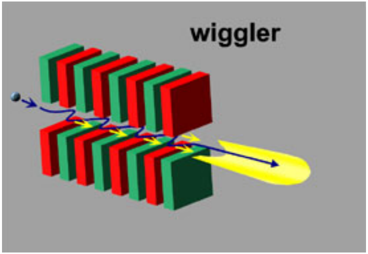
- In einer einfachen 3-Pol Struktur kann der Ablenkradius in einem Segment durch ein entsprechend starkes Magnetfeld $\vec{B}$ der effektive Radius R' verkleinert werden

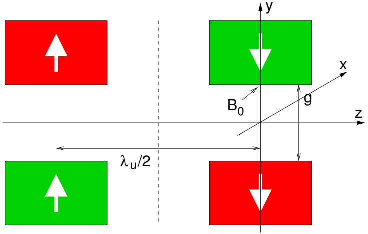
$\Rightarrow$ Höhere Photonenenergien sind möglich

- Abstrahlcharakteristik wie ein Dipol
- Um entsprechend hohe Magnetfelder von einigen Tesla erreichen zu können sind supraleitende Magnete erforderlich

Wiggler

Periodische Magnetfeldanordnung mit der Periode λ_u und N Polen





- Potential entlang der Strahlachse

$$\phi(z,y) = f(y)\cos\frac{2\pi}{\lambda_u}z$$

Laplace-Gleichung

$$\nabla^2\phi(z,y) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2f(y)}{dy^2} - f(y)\left(\frac{2\pi}{\lambda_u}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad f(y) = A\cdot\sinh\left(\frac{2\pi}{\lambda_u}y\right)$$

$$\text{mit} \quad A = \frac{B_0}{\frac{2\pi}{\lambda_u}\cosh\left(\pi\frac{g}{\lambda_u}\right)}$$

Wiggler / Undulator Feld

- B-Feld Komponente auf der Achse

$$B_y(z, y) = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{2\pi}{\lambda_u} A \cosh \frac{2\pi}{\lambda_u} y \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

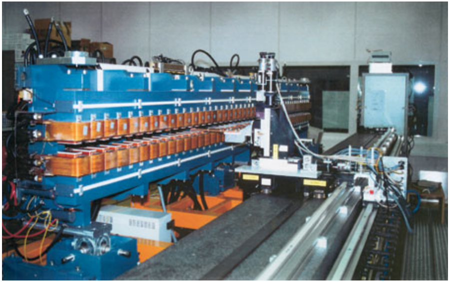
- Strahlachse $y = 0$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \frac{B_0}{\cosh \pi \frac{g}{\lambda_u}} \\ B_y(z) &= \bar{B} \cos \frac{2\pi}{\lambda_u} z \end{aligned}$$

- Durch Variation des Polabstandes g (Gap) kann das Magnetfeld $B_y(z)$ auf der Strahlachse definiert variiert werden
- Realisierung von Wigglern / Undulatoren
  - Großes λ_u ($> 20\ cm$): Elektromagnete, g fest
  - Kleines λ_u: Permanentmagnete, g variable ($g \geq 15\ mm$)

Undulatoren

- Frequenz der emittierten Strahlung (in 0. Ordnung): relativistische Längenkontraktion der Period λ_u



Undulator Bewegungsgleichung

- Bewegung im Undulatorfeld

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- Annahmen
  - Im Wiggler/Undulator ist $\vec{E} \approx 0$, was sich im Fall von langen Undulatoren (FEL) ändert!
  - $\vec{v} \approx \vec{v_z}$
- Bewegung in x-Richtung

$$\begin{aligned} m_0\gamma\frac{dv_x}{dt} &= ev_zB_y(z) \\ &= e\frac{dz}{dt}\bar{B}\cos\frac{2\pi}{\lambda_u}z \end{aligned}$$

- Integration

Undulator

Bewegung in x-Richtung

$$m_0\gamma v_x = \frac{e\bar{B}\lambda_u}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{\lambda_u}z$$

Beachte:

z ist nicht linear in der Zeit, da v_z selbst von t abhängt. Die Bewegung in x Richtung ist also keine reine harmonische Schwingung $\Rightarrow$ Höhere Harmonische

Undulator Parameter

- Bewegung in x-Richtung

$$m_0 \gamma v_x = \frac{e\bar{B}\lambda_u}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

$$\Rightarrow \qquad v_x = \frac{e\bar{B}\lambda_u c}{2\pi m_0 \gamma c} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

$$v_x = \frac{Kc}{\gamma} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

$$\text{mit} \quad K := \frac{e\bar{B}\lambda_u}{2\pi m_0 c}$$

Undulator Parameter K

- $v_z \approx c \Rightarrow$

$$\tan \theta_e(z) \approx \theta_e(z) = \frac{v_x}{v_z} \approx \frac{K}{\gamma} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z \quad \Rightarrow \quad |\theta_{e,max}| \approx \frac{K}{\gamma}$$

Undulator Parameter

- Bewegung in x-Richtung

$$m_0 \gamma v_x = \frac{e\bar{B}\lambda_u}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

$$\Rightarrow \qquad v_x = \frac{e\bar{B}\lambda_u c}{2\pi m_0 \gamma c} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

$$v_x = \frac{Kc}{\gamma} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

$$\mathrm{mit} \quad K := \frac{e\bar{B}\lambda_u}{2\pi m_0 c}$$

  Undulator Parameter K

- $v_z \approx c \Rightarrow$

$$\tan \theta_e(z) \approx \theta_e(z) = \frac{v_x}{v_z} \approx \frac{K}{\gamma} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z \quad \Rightarrow \quad |\theta_{e,max}| \approx \frac{K}{\gamma}$$

Undulator Parameter

Charakteristischer Abstrahlwinkel der SR: $\theta = 1/\gamma$, $\theta_e = K/\gamma$

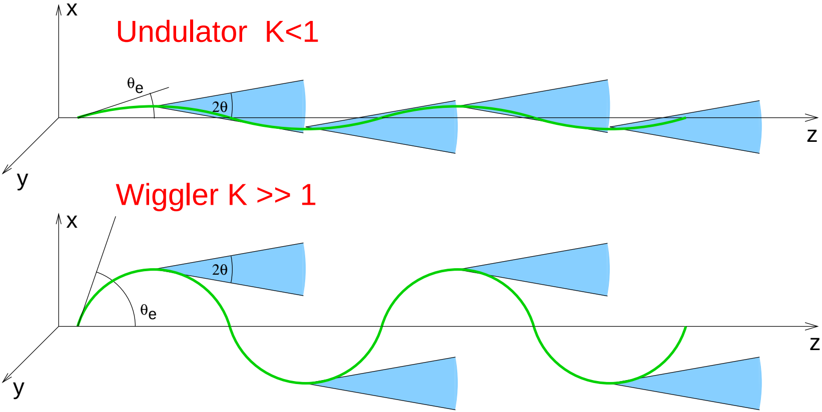
$K \leq 1$ Undulator

Abstrahlkegel der einzelnen Magnetpole überlappen $\rightarrow$ kohärente Überlagerung $\rightarrow$ Interferenzeffekte

$K \gg 1$ Wiggler

Abstrahlkegel der einzelnen Magnetpole überlappen nicht $\rightarrow$ Nicht kohärente Überlagerung $\rightarrow$ Emittierte Strahlung entspricht weitgehend der eines Dipols, aber mit $2 \cdot N$ facher Intensität.
Verschiebung der kritischen Energie E_c abhängig von $\bar{B}$.

Undulator Parameter



Undulator: z-Richtung

- Energie ist im B-Feld konstant $\Rightarrow \gamma =$const.

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left(1 - \frac{v_x^2 + v_z^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_z^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{v_x^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{K^2}{\gamma^2}\sin^2\frac{2\pi}{\lambda_u}z$$

- $K/\gamma \ll 1$, $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$:

$$\begin{aligned}\frac{v_z}{c} &= 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{2\gamma^2}\sin^2\frac{2\pi}{\lambda_u}z \\ &= 1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2}\cos 2\frac{2\pi}{\lambda_u}z \\ \frac{v_x}{c} &= \frac{K}{\gamma}\sin\frac{2\pi}{\lambda_u}z\end{aligned}$$

Undulator: z-Richtung

- Energie ist im B-Feld konstant $\Rightarrow \gamma =$const.

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left(1 - \frac{v_x^2 + v_z^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_z^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{v_x^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{K^2}{\gamma^2} \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda_u} z$$

- $K/\gamma \ll 1$, $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$:

$$\begin{aligned} \frac{v_z}{c} &= 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{2\gamma^2} \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda_u} z \\ &= 1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2} \cos 2\frac{2\pi}{\lambda_u} z \\ \frac{v_x}{c} &= \frac{K}{\gamma} \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z \end{aligned}$$

Undulator: z-Richtung

- Energie ist im B-Feld konstant $\Rightarrow \gamma =$const.

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left(1 - \frac{v_x^2 + v_z^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_z^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{v_x^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{K^2}{\gamma^2}\sin^2\frac{2\pi}{\lambda_u}z$$

- $K/\gamma \ll 1$, $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$:

$$\begin{aligned}\frac{v_z}{c} &= 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{2\gamma^2}\sin^2\frac{2\pi}{\lambda_u}z \\ &= 1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2}\cos 2\frac{2\pi}{\lambda_u}z \\ \frac{v_x}{c} &= \frac{K}{\gamma}\sin\frac{2\pi}{\lambda_u}z\end{aligned}$$

Undulator: z-Richtung

- Oszillation in z-Richtung mit der doppelten Frequenz

$$\frac{v_z}{c} = 1 - \frac{1+K^2/2}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2}\cos 2\frac{2\pi}{\lambda_u}z$$

$$\frac{v_x}{c} = \frac{K}{\gamma}\sin\frac{2\pi}{\lambda_u}z$$

- $$\frac{2\pi}{\lambda_u}z \approx \frac{2\pi}{\lambda_u}v_z t \approx \frac{2\pi}{\lambda_u}ct \approx 2\pi\nu_u t \approx \omega_u t$$

Undulator Energie

Wellenlänge der Undulator Strahlung λ

relativistische Längenkontraktion von λ_u

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}(1 + \gamma^{*2}\theta^2) \tag{4}$$

- v_z ist nicht konstant $\Rightarrow \gamma_* = \left(1 - \frac{v_z^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ variiert $\Rightarrow \lambda$ variiert
- Wie verändert sich γ^* ?
- Berechnung der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}_z$ im Undulator

$$\bar{v}_z = \frac{L}{T} = \frac{N \cdot \lambda_u}{T} = \frac{L}{\int_0^L dz/v_z}$$

Undulator Energie

Wellenlänge der Undulator Strahlung λ

relativistische Längenkontraktion von λ_u

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}(1 + \gamma^{*2}\theta^2) \tag{4}$$

- v_z ist nicht konstant $\Rightarrow \gamma_* = \left(1 - \frac{v_z^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ variiert $\Rightarrow \lambda$ variiert
- Wie verändert sich γ^* ?
- Berechnung der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}_z$ im Undulator

$$\bar{v}_z = \frac{L}{T} = \frac{N \cdot \lambda_u}{T} = \frac{L}{\int_0^L dz/v_z}$$

Undulator Energie

Lösung:

$$\frac{\bar{v}_z}{c} = 1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} \Rightarrow \gamma^* := \frac{\gamma}{\sqrt{1 + K^2/2}}$$

Wellenlänge λ der Undulatorstrahlung:

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}(1 + \gamma^{*2}\theta^2) = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2}\left(1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2\theta^2\right) \tag{5}$$

- Wellenlängenänderung wird verursacht durch die Änderung von v_z, die sich aus der Energieerhaltung im Magnetfeld B ergibt
- B_u verursacht v_x (und v_y) Komponente

Undulator Bandbreite

- Wellenlänge direkt auf der Strahlachse

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}(1 + \gamma^{*2}\theta^2) \Rightarrow \lambda_0 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}$$

- Wellenlänge unter dem Winkel θ

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta\lambda &= \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}\gamma^{*2}\theta^2 \\ \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} &= \gamma^{*2}\theta^2 \end{aligned}$$

- Winkel θ_{cen} des zentralen Kerns der Undulatorstrahlung

$$\theta_{cen} = \frac{1}{\gamma^*\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{1 + K^2/2}}{\gamma\sqrt{N}}$$

Undulator Bandbreite

- Wellenlänge direkt auf der Strahlachse

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}(1 + \gamma^{*2}\theta^2) \Rightarrow \lambda_0 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}$$

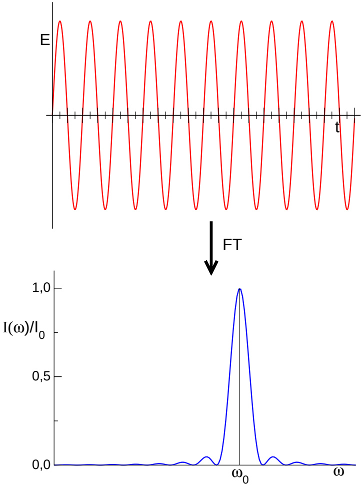
- Wellenlänge unter dem Winkel θ

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta\lambda &= \frac{\lambda_u}{2\gamma^{*2}}\gamma^{*2}\theta^2 \\ \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} &= \gamma^{*2}\theta^2 \end{aligned}$$

- Winkel θ_{cen} des zentralen Kerns der Undulatorstrahlung

$$\theta_{cen} = \frac{1}{\gamma^*\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{1 + K^2/2}}{\gamma\sqrt{N}}$$

Undulator Bandbreite

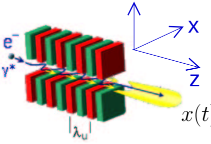


- In einem Undulator mit N Perioden oszilliert ein Elektron N mal und erzeugt somit einen entsprechenden Wellenzug. Die Fouriertransformierte dieses Wellenzuges ist eine $\sin x/x$ Funktion
- Undulator entspricht einem Interferometer mit N-facher Interferenz. Auflösung:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{N}$$

$$\frac{I(\omega)}{I_0} = \frac{\sin^2 N\pi\Delta\omega/\omega_0}{(N\pi\Delta\omega/\omega_0)^2}$$

Labor–System



x, z, t

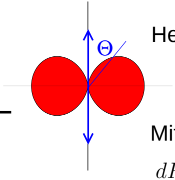
$$x(t) = -\frac{K}{k_u\gamma}\cos\omega_u t$$
$$v_x(t) = \frac{Kc}{\gamma}\sin\omega_u t$$
$$v_z(t) = \ldots$$

LT

Elektronen–System

Elektron schwingt in dem mitbewegten System *x', z', t'*

$$x'(t) = -\frac{K}{k_u\gamma}\cos\omega'_u t'$$
$$a'_x(t) = \frac{K\omega'^2_u c}{k_u\gamma}\cos\omega'_u t' = \frac{2\pi c^2\gamma}{\lambda_u}\frac{K}{1+K^2/2}\cos\omega'_u t'$$

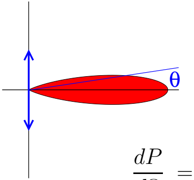


Hertz'scher Dipol

Mittlere Leistung

$$\frac{dP'}{d\Omega'} = \frac{e^2 a'^2}{16\pi^2\epsilon_0 c^3}\sin^2\Theta$$

LT



$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{8\gamma^{*2}}{(1+\gamma^{*2}\theta^2)^3}\frac{dP'}{d\Omega'}$$

Undulator Strahlung

- Mittlere Leistung im Schwerpunktsystem

$$\frac{d\bar{P}'}{d\Omega'} = \frac{e^2 c \gamma^2}{8\epsilon_0 \lambda_u^2} \frac{K^2}{(1 + K^2/2)^2} \sin^2 \Theta'$$

- Lorentz Transformation zurück in das Laborsystem

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{8\gamma^{*2}}{(1 + \gamma^{*2}\theta^2)^3} \frac{dP'}{d\Omega'}$$

Ergebnis für ein einzelnes Elektron

$$\left.\frac{dP}{d\Omega}\right|_e = \frac{e^2 c K^2 \gamma^4}{\epsilon_0 \lambda_u^2 (1 + K^2/2)^3} \left(\frac{1 + 2\gamma^{*2}\theta^2(1 - 2\cos^2\phi) + \gamma^{*4}\theta^4}{(1 + \gamma^{*2}\theta^2)^5} \right) \qquad (6)$$

Undulator Strahlung

- Undulator:
  Inkohärente Überlagerung der Strahlung vieler Elektronen N_e

$$I = evn_l \approx \frac{ecN_e}{L} = \frac{ecN_e}{\lambda_u N} \Rightarrow N_e = \frac{I\lambda_u N}{ec}$$

- $$N_e = \frac{I\lambda_u N}{ec}, \qquad \frac{dP}{d\Omega} = N_e \cdot \left.\frac{dP}{d\Omega}\right|_e$$

- Strahlung eines Ensembles von N_e Elektronen ist somit

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{eN\gamma^4 I}{\epsilon_0 \lambda_u} \frac{K^2}{(1+K^2/2)^3} \left(\frac{1 + 2\gamma^{*2}\theta^2(1 - 2\cos^2\phi) + \gamma^{*4}\theta^4}{(1+\gamma^{*2}\theta^2)^5} \right)$$

$\Rightarrow$ Spektrale Leistungsdichte im Kern ist somit $\propto N^2$, da $E/\Delta E = N$ für Undulatoren mit $K \leq 1$.

Undulator

Vergleich der verschiedenen Quellen

Dipol:	P
Wiggler:	$N \cdot P$
Undulator:	$N^2 \cdot P$

Beim FEL werden wir sehen, daß für diesen dann

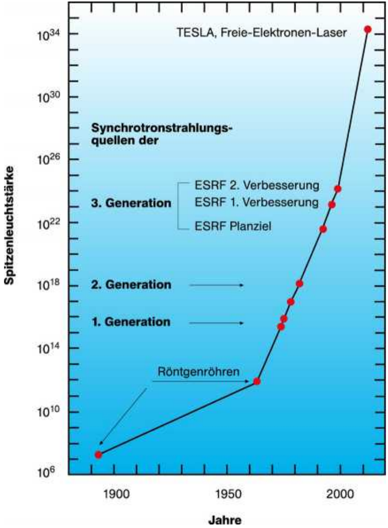
$$N^2 \cdot N_e^2$$

gilt

Brillianz

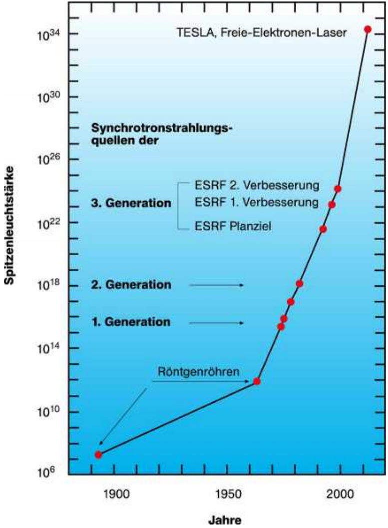
- Eine wichtige Größe zur Charakterisierung von Synchrotronstrahlung ist die Brillianz
$$B := \frac{\Delta P}{\Delta A \cdot \Delta\Omega}$$
Spektrale Brillianz
$$B_{\Delta\omega/\omega} := \frac{\Delta P}{\Delta A \cdot \Delta\Omega \cdot \Delta\omega/\omega}$$
- Dichte der Photonen im transversalen Phasenraum
- Um eine möglichst hohe Photonendichte am Ort des Experimentes zu erreichen, muß die Brillianz so groß wie möglich sein
- Größtmöglich Brillianz $\rightarrow$ Laser
- Einheit
$$[B_{\Delta\omega/\omega}] = \frac{Photonen}{s \cdot mm^2 \cdot mrad^2 \cdot 0.1\%\mathrm{BW}}$$

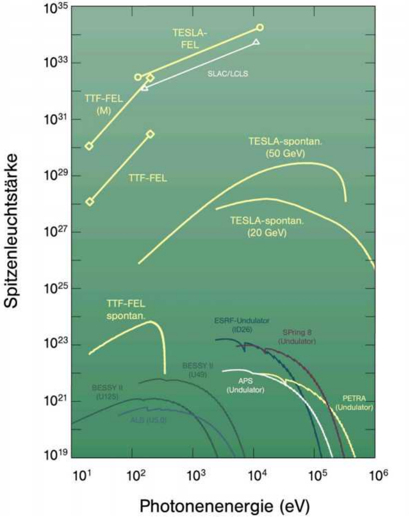
Brillianz



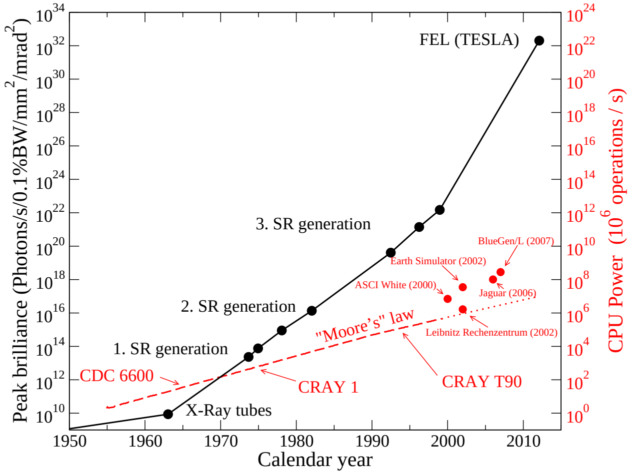
- Entwicklung der Brillianz verschiedener Röntgenquellen mit der Zeit

Brillianz


TESLA, Freie-Elektronen-Laser
Synchrotronstrahlungs-
quellen der
3. Generation
ESRF 2. Verbesserung
ESRF 1. Verbesserung
ESRF Planziel
2. Generation
1. Generation
Röntgenröhren
10^{34}
10^{30}
10^{26}
10^{22}
10^{18}
10^{14}
10^{10}
10^{6}
1900
1950
2000
Spitzenleuchtstärke
Jahre


TESLA-
FEL
SLAC/LCLS
TTF-FEL
(M)
TTF-FEL
TESLA-spontan.
(50 GeV)
TESLA-spontan.
(20 GeV)
TTF-FEL
spontan.
ESRF-Undulator
(ID26)
SPring 8
(Undulator)
BESSY II
(U49)
BESSY II
(U125)
APS
(Undulator)
PETRA
(Undulator)
ALS (U5.0)
10^{35}
10^{33}
10^{31}
10^{29}
10^{27}
10^{25}
10^{23}
10^{21}
10^{19}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
10^{5}
10^{6}
Spitzenleuchtstärke
Photonenenergie (eV)

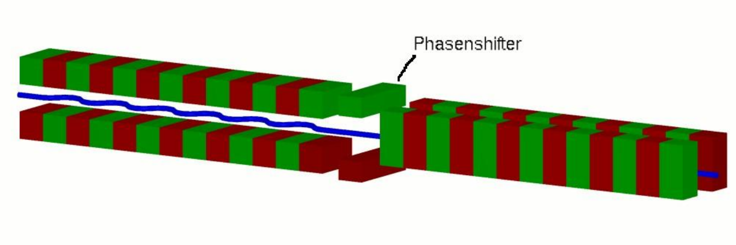
Brillianz

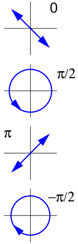


Peak brilliance (Photons/s/0.1%BW/mm^2/mrad^2)
CPU Power (10^6 operations / s)
Calendar year
FEL (TESLA)
3. SR generation
2. SR generation
1. SR generation
X-Ray tubes
CDC 6600
CRAY 1
CRAY T90
"Moore's" law
BlueGen/L (2007)
Earth Simulator (2002)
ASCI White (2000)
Jaguar (2006)
Leibnitz Rechenzentrum (2002)
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010

Undulator Polarisation

- Undulator Strahlung ist linear polarisiert.
- Erzeugung zirkular polarisierter Strahlung





- Gekreuzte Undulatoren
- Die senkrecht zueinander polarisierte Strahlung der beiden Teil-Undulatoren kann durch eine Variation der Phase von Elektronenstrahl und Licht zu elliptisch polarisiertem Licht addiert werden.

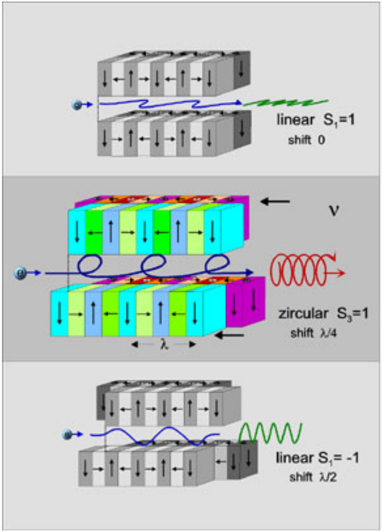
Undulator Polarisation

- Undulator Strahlung ist linear polarisiert.
- Sasaki-Type Undulator (Helicale undulator)
  "Aufschneiden" eines Undulators der Länge nach und verschieben der Komponenten gegeneinander.
- Magnetfeld

$$\vec{B}_u = \vec{e}_x B_u \cos k_u z - \vec{e}_y B_u \sin k_u z$$

- Elektronen bewegen sich dann auf einer Spiralbahn (Helix) durch den Undulator und erzeugen direkt ellipisch polarisiertes Licht (EPU – Elliptical polarised undulator)
- v_z-Komponente bleibt bei einer rein zirkularen Bahn konstant!

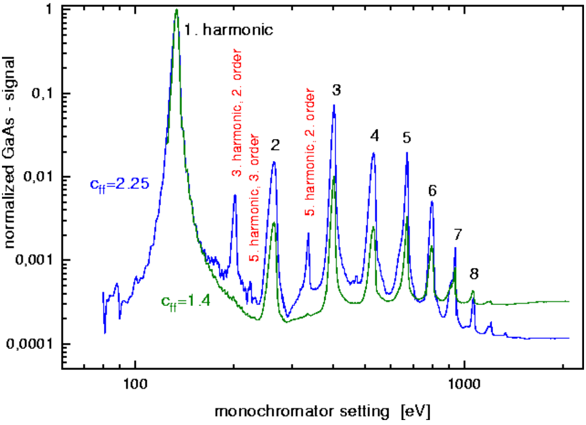
Undulator Polarisation



Sasaki Undulator

Durch schieben der Magnetenstrukturen gegeneinander können fast beliebige Polarisationen erzeugt werden.

Undulator Harmonische



- Neben der Fundamentalen werden auch höhere Harmonische der Undulatorstrahlung beobachtet
- Gerade Harmonische habe eine andere Charakteristik
- Warum ?

Undulator Harmonische

- Früheres Ergebnis für die Geschwindigkeiten:

$$\begin{aligned} v_z &= c\left(1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{4\gamma^2}\cos 2k_u z\right) \\ v_x &= \frac{cK}{\gamma}\sin k_u z \end{aligned}$$

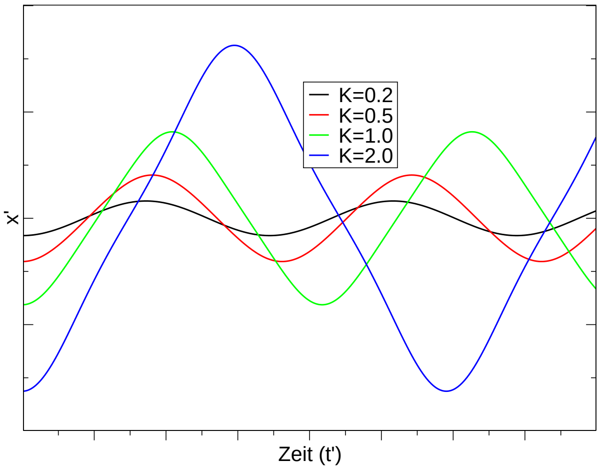
- Integration und Transformation in das x', z', t'-System

$$\begin{aligned} z'(t') &= \frac{K^{*2}}{8k'_u}\sin(w\omega'_u t' + 2k'_u z') \\ x'(t') &= -\frac{K^*}{k'_u}\left(\cos\omega'_u t' \cos(K^{*2}/8 \sin 2\omega'_u t') - \sin\omega'_u t' \sin(K^{*2}/8 \sin \right. \end{aligned}$$

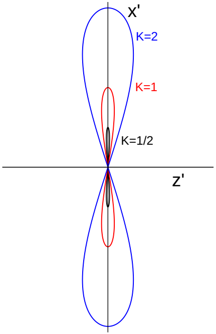
$$K^* = \frac{K}{\sqrt{1 + K^2/2}}, k'_u = \gamma^* \cdot k_u, \omega'_u = \gamma^* \cdot \omega_U, \gamma^* = \frac{\gamma}{\sqrt{1 + K^2/2}}$$

- Anharmonische Bewegung für große K

Undulator Harmonische



Undulator Harmonische



- Früheres Ergebnis für die Geschwindigkeiten in einem planaren Undulator:

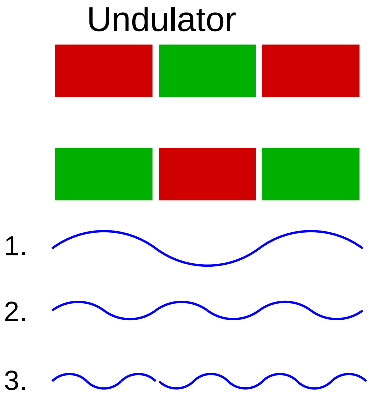
$$\begin{aligned} v_z &= c\left(1-\frac{1+K^2/2}{2\gamma^2}-\frac{K^2}{4\gamma^2}\cos 2k_u z\right) \\ v_x &= \frac{cK}{\gamma}\sin k_u z \end{aligned}$$

- Beschränkung auf die Bewegung in den kleinsten Harmonischen

$$\begin{aligned} \frac{x'(t')}{\lambda'_u} &= -\frac{K}{2\pi}\cos\omega'_u t' \\ \frac{z'(t')}{\lambda'_u} &= -\frac{K^2}{16\pi}\sin 2\omega'_u t' \end{aligned}$$

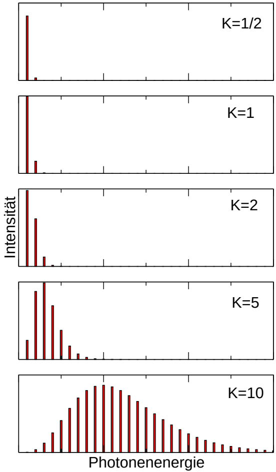
Im x', z', t'-System entspricht diese Bewegung einer 8

Undulator Harmonische



- Gerade Ordnungen sind nicht in der richtigen Phase mit dem Undulator Feld
- Keine geraden Ordnungen in der x'-Richtung
- Eine EPU erzeugt keine höheren Ordnungen, da die v_z-Komponente konstant ist

Undulator – Wiggler



- Übergang vom Undulator zum Wigglerspektrum
- Abgestrahlte Leistung in den höheren Harmonischen

$$\frac{dP'}{d\Omega'} \propto n^4 K^{*2n}$$

- Starke Zunahme der Intensität in den höheren Ordnungen für großes K