Methoden moderner Röntgenphysik: Streuung und Abbildung

G. Grübel, O. Seeck, A. Kobs, V. Markmann, F. Lehmkühler, S. Marotzke

FOURIER-TRANSFORMATIONS-HOLOGRAPHIE (FTH)

1. FALTUNG ZWEIER RECHTECK-FUNKTIONEN

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das Realraumbild der magnetischen Domänenstruktur bei der FTH durch inverse Fourier-Transformation des Differenzhologramms rekonstruiert werden kann. Diese Rekonstruktion enthält zum einen die sogenannte Autokorrelation (des Objektloches mit sich selbst) im Zentrum des Bildes. Zum anderen beinhaltet es (pro Referenzloch) zwei Abbildungen (reale und komplex-konjugierte Rekonstruktion der Domänenstruktur), welche der Faltung aus Objektloch und Referenzloch entsprechen: $f(r) * g(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r') \cdot g(r - r') dr'$

a) Für ein Holographie-Experiment sollen nun Masken mit einem Objektloch (Durchmesser $2R = 1$ µm) und einem Referenzloch hergestellt werden. Geben Sie den minimalen Abstand des Referenzlochs zum Objektloch an, damit die Rekonstruktion der Domänenstruktur am Ort r nicht von der Autokorrelation ($r = 0$) überlagert wird.
   i. Nähern Sie dafür zunächst das Objektloch als Rechteck-Funktion an ($f(r) \neq 0$ für $-R < r < R$) und berechnen Sie die Autokorrelation, also die Faltung des Objektloches mit sich selbst ($f_{\mathrm{m},0} * f_{\mathrm{c},0}$).
   ii. Berechnen Sie im zweiten Schritt die Kreuzkorrelation (Faltung aus Objektloch und Referenzloch $g(r) = \delta(r - r')$).

b) Bestimmen Sie die Auflösung des Realraumbildes für ein endlich ausgedehntes Referenzloch (Rechteck-Funktion $\mathrm{g}(r) \neq 0$ für $-R' < r < R'$; $2R' = 20$ nm). Nehmen Sie dabei für die magnetische Domänenstruktur ein periodisches Schwarz-Weiß-Muster an (beliebig schmale Domänenwand). Eine einzelne Domäne dieser Domänenstruktur kann somit wiederum als Rechteck-Funktion beschrieben werden ($f(r) \neq 0$ für $-R < r < R$) und als Testobjekt zur Bestimmung der Auflösung des Realraumbildes genutzt werden.

Methoden moderner Röntgenphysik: Streuung und Abbildung

G. Grübel, O. Seeck, A. Kobs, V. Markmann, F. Lehmkühler, S. Marotzke

2. MINIMALER UND MAXIMALER PROBE-DETEKTOR-ABSTAND

Es soll ein Holographie-Experiment an der L_3-Kante von Co (λ = 1,6 nm) durchgeführt werden. Der Abstand zwischen Objektloch und Referenzloch auf der Holographiemaske beträgt $r = 4$ µm. Es wird ein Detektor mit $n \times n = 2000 \times 2000$ Pixeln und einer Pixelgröße von $s = 15$ µm verwendet.

a) Bei einem FTH-Experiment interferieren Objekt- und Referenzwelle und zeigen auf dem Detektor ein Interferenzmuster. Das Nyquist-Theorem besagt, dass zwei benachbarte Interferenzmaxima auf dem Detektor einen Abstand von mindestens 2 Pixeln haben müssen, um sie voneinander unterschieden zu können und dabei kein Informationsverlust vorliegt. Leiten Sie aus der Geometrie des Doppelspaltversuches und unter Verwendung des Nyquist-Theorems eine Bedingung für den kleinstmöglichen Probe-Detektor Abstand her.

b) Positioniert man den Detektor weit entfernt von der Probe, wird das gestreute Licht kleiner Strukturen nicht mehr aufgefangen ($q_{\text{max}} = 2\pi/a_{\text{min}}$), a_{min}: maximale Auflösung im Ortsraum). Leiten Sie aus geometrischen Überlegungen und dem Ausdruck für den Streuvektor q den maximalen Probe-Detektor Abstand her, um eine Auflösung von 20 nm zu garantieren.

c) Wie lautet die Beziehung zwischen maximalem Abstand zwischen Objektloch und Referenzloch r und Auflösung a_{min} unter Ausnutzung der Ergebnisse aus a) und b)?

Methoden moderner Röntgenphysik: Streuung und Abbildung

G. Grübel, O. Seeck, A. Kobs, V. Markmann, F. Lehmkühler, S. Marotzke

FOURIER-TRANSFORMAT-HOLOGRAPHY (FTH)

1. CONVOLUTION OF TWO RECTANGULAR FUNCTIONS

In the lecture it was shown that in FTH the real space image of the magnetic domain structure can be reconstructed by inverse Fourier transform of the difference hologram. On the one hand, this reconstruction contains the so-called autocorrelation (of the object hole with itself) in the centre of the image. On the other hand, it contains (per reference hole) two mappings (real and complex-conjugate reconstruction of the domain structure), which correspond to the convolution from object hole and reference hole: $f(r) * g(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(r') \cdot g(r - r')dr'$

a) For a holography experiment, masks are now to be made with an object hole (diameter $2R = 1$ µm) and a reference hole. Specify the minimum distance of the reference hole to the object hole so that the reconstruction of the domain structure at location r is not overlapped by the autocorrelation $(r = 0)$.
   i. To do this, first approximate the object hole as a rectangular function ($f(r) \neq 0$ for $-R < r < R$) and calculate the autocorrelation, that is, the convolution of the object hole with itself ($f_{\mathrm{m},0} * f_{\mathrm{c},0}$).
   ii. In the second step, calculate the cross-correlation (convolution from object hole and reference hole $g(r) = \delta(r - r')$).

b) Determine the resolution of the real space image for a finitely extended reference hole (rectangular function $\mathrm{g}(r) \neq 0$ for $-R' < r < R'$; $2R' = 20$ nm). Here, assume a periodic black-and-white pattern for the magnetic domain structure (arbitrarily narrow domain wall). A single domain of this domain structure can thus in turn be described as a rectangular function ($f(r) \neq 0$ for $-R < r < R$) and be used as a test object to determine the resolution of the real-space image.

Methoden moderner Röntgenphysik: Streuung und Abbildung

G. Grübel, O. Seeck, A. Kobs, V. Markmann, F. Lehmkühler, S. Marotzke

2. MINIMUM AND MAXIMUM SAMPLE DETECTOR DISTANCE

A holography experiment will be performed at the L_3-edge of Co (λ = 1,6 nm). The distance between the object hole and the reference hole on the holography mask is $r = 4$ µm. A detector with $n \times n = 2000 \times 2000$ pixels and a pixel size of $s = 15$ µm is used.

a) In an FTH experiment, the object wave and reference wave interfere and show an interference pattern on the detector. The Nyquist theorem states that two adjacent interference maxima on the detector must be at least 2 pixels apart to distinguish them from each other, with no loss of information. Derive a condition for the smallest possible sample-detector distance from the geometry of the double slit experiment and using Nyquist's theorem.

b) If the detector is positioned far away from the sample, the scattered light from small structures will not be collected ($q_{\max} = 2\pi/a_{\min}$), $a_{\min}$: maximum resolution in spatial space). Derive the maximum sample-detector distance from geometric considerations and the expression for the scattering vector q to guarantee a resolution of 20 nm.

c) What is the relationship between maximum distance between object hole and reference hole r and resolution $a_{\min}$ using the results from a) and b)?